

1. (2 p) Johda s. 167 alareunassa annettu tulos z -akselin ympäri tehdyille kierroille eli vakuutaudu suoralla laskulla siitä, että $e^{i\alpha\Sigma_z}$ on todella sama kuin s. 166 annettu kiertomatriisi $R_z(\alpha)$. Ko. kierron virittäjä Σ_z on annettu s. 167.
2. Osoita (s. 174), että pyörimismääräoperaattori $\hat{L}_i = (\hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{p}})_i = \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} \hat{x}_j \hat{p}_k$
 - (a) (1 p) on hermiittinen.
 - (b) (2 p) toteuttaa kommutaatioäännöt $[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{ijk} \hat{L}_k$ ja $[\hat{L}_i, \hat{\mathbf{L}}^2] = 0$. Tämä lienee selkeintä tehdä eksplisiittisesti komponenttimuodossa ilman Levi-Civitaa, siis näyttää ensin esim. että $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$ ja sitten vedota indeksien x, y, z kierto- vaihteluun.
3. (a) (1 p) Näytä, että (s. 181) $[\hat{\mathbf{J}}^2, \hat{J}_\pm] = 0$ ja $[\hat{J}_z, \hat{J}_\pm] = \pm\hbar \hat{J}_\pm$.
 (b) (1 p) Analogisesti sen kanssa, mitä teimme s. 181 tilalle $\hat{J}_+|j, m\rangle$ näytä, että $\hat{J}_-|j, m\rangle$ on $\hat{\mathbf{J}}^2$:n ja $\hat{J}_z$:n ominaistila kvanttilukuja j ja $m-1$ vastaavilla ominaisarvoilla.
 (c) (1 p) Näytä (s. 182), että $\hat{J}_\mp \hat{J}_\pm = \hat{\mathbf{J}}^2 - \hat{J}_z^2 \mp \hbar \hat{J}_z$.
4. (2 p) Näytä pyörimismäärän Levi-Civita-symboliesitystä ja alla olevan lisätehtävän tulosta käyttäen, että $[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar \sum_k \epsilon_{ijk} \hat{L}_k$.
5. (2 lisäpistettä) Näytä, että Levi-Civita-symbolille pätee seuraava identiteetti:

$$\sum_i \epsilon_{ijk} \epsilon_{ist} = \delta_{js} \delta_{kt} - \delta_{jt} \delta_{ks}.$$

Voit halutessasi käyttää Levi-Civita-symbolin esitystä yksikkövektorien $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$ ja $\hat{e}_3$ piste- ja ristitulojen avulla: $\epsilon_{ijk} = \hat{e}_i \cdot (\hat{e}_j \times \hat{e}_k)$. Vakuuttaudu tällöin kuitenkin ensin siitä, että näin on.

6. (0,5 lisäpistettä) Onko jokin asia jäänyt epäselväksi kurssilla tähän mennessä? Kysy jostain kurssin sisältöön tai aiheeseen liittyvää, niin asiaa selvitetään tarkemmin luennoilla, laskuharjoituksissa tai kurssin kotisivulla.