

Fysikaalinen kemia 2, 2016
Laskuharjoitus 1

1. Kompleksiluku $z = 10x + iy$ Hae ratkaisu seuraaville:

a) $\text{Re}(z)$ b) $\text{Im}(z)$ c) $\text{Re}(zz^*)$ e) $\text{Im}(zz^*)$

2. Määritä imaginaari- ja reaali-osat seuraaville:

a) $e^{\pi i/2}$ b) $e^{-2+i\pi/2}$ c) $(\sqrt{2} + 2i)e^{-i\pi/2}$

3. Osoita, että a) $e^{i\pi} = -1$ b) $\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ c) $\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

4. a) Natriumlampun teho on 70 W ja sen säteilemän valon aallonpituus on 550 nm. Kuinka monta fotonia lamppu emittoi sekunnissa?

b) Mittausten mukaan valon kynnystaajuus fotoelektronien irrottamiselle natriumista on $5.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Mitä työfunktion arvoa tämä vastaa?

c) Laske de Broglie aallonpituus elektronille, joka on kiihdytetty 10 kV:n potentiaalierolla.

5. Seuraavassa on operaattori, funktio –pareja. Osoita jokaisen parin osalta, että annettu funktio on ko. operaattorin ominaisfunktio ja ratkaise ominaisarvo.

a) $\frac{d^2}{dx^2}$, $\cos\omega x$ b) $\frac{d}{dt}$, $e^{i\omega t}$ c) $\frac{d^2}{dx^2} + 2\frac{d}{dx} + 3$, $e^{\alpha x}$ d) $\frac{\partial}{\partial y}$, $x^2 e^{6y}$

6. Normita aaltofunktio $\psi(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, kun $0 \leq x \leq L$
 $\psi(x) = 0$; muulloin

Millä todennäköisyydellä hiukkanen löytyy alueesta $\frac{L}{2} \leq x \leq L$ kun $n=1$?

Entäpä väliltä $-\infty \leq x \leq \infty$?

7. Normita aaltofunktio $\psi = e^{-r/2a_0}$ pallokoordinaatistossa. $a_0 =$ Bohrin radan säde (arvo löytyy oppikirjasta tai vaikka netistä). Muodosta lauseke todennäköisyystiheydelle ja laske millä todennäköisyydellä tämän aaltofunktion kuvaama elektroni löytyy 1 pm -säteisestä pallost, joka sijaitsee ytimen keskipisteessä. Koska tarkasteltava tilavuus on pieni, voit olettaa todennäköisyystiheyden vakioksi pallon sisällä.