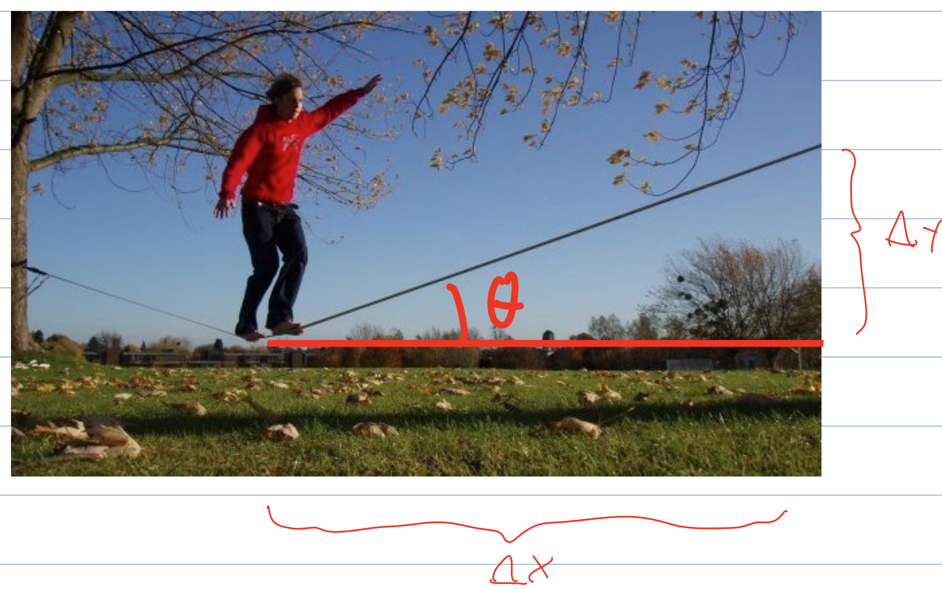
FYSP1010 Demo 2, teht. 1



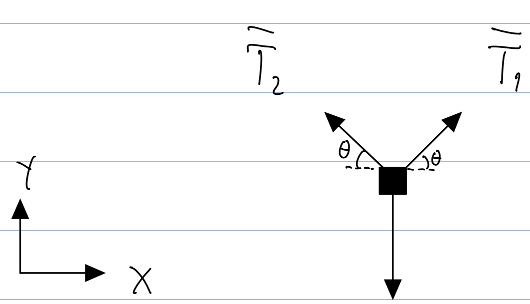
a) Viivaimella näytöltä

$\Delta y = 2{,}3\,\text{cm}$ $\Delta x = 6{,}2\,\text{cm}$

$\tan\theta = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ $\theta = \tan^{-1}\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2{,}3\,\text{cm}}{6{,}2\,\text{cm}}$

$= 20{,}35^\circ$

Nuorallatanssijan vapaakappalekuva



$G_y = mg$

$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

$\bar{g}$

Köyden jännitysvoima on kaikkialla sama, eli $|\bar{T}_1| = |\bar{T}_2| = T$ ↖ merkitään

$T_{1,x} = T_{2,x} = T \cos\theta$
$T_{1,y} = T_{2,y} = T \sin\theta$

$N\,\underline{II}: \quad \sum \bar{F} = 0$

x-suunta:

$T_{1,x} - T_{2,x} = 0$
$T_{1,x} = T_{2,x}$

y-suunta:

$T_{1,y} + T_{2,y} - G_y = 0$
$2T\sin\theta - mg = 0$

$$\boxed{T = \frac{mg}{2\sin\theta}}$$

Arvioidaan $m = 75\ \text{kg}$

$$T = \frac{75\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{2\sin 20{,}35°} = 1057{,}70\ldots\ \text{N}$$
$$\approx 1060\ \text{N}$$

(tai ≈ 1100 N, lähtöarvot eivät ole kovin tarkkoja)

b) $\boxed{T = \dfrac{mg}{2 \sin\theta}}$

Kun kävelijän massa m kasvaa

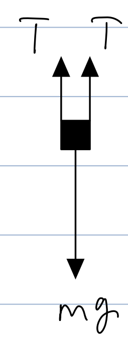
$\longrightarrow$ T kasvaa, ok!

Samaten voimakkaammassa paino voimassa.

Kun $\theta = 90°$ $\sin\theta = 1$, ja

$T = \frac{1}{2} mg$

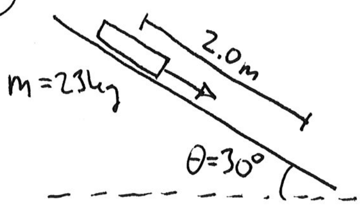
ok! Kaksi puuta kannattelee henkilöä



Lisäksi huomaamme ~~että~~ tilanne jossa nuora on vaakasuora on mahdoton, sillä kun $\theta \to 0$ niin $\sin\theta \to 0$ ja $T \to \infty$

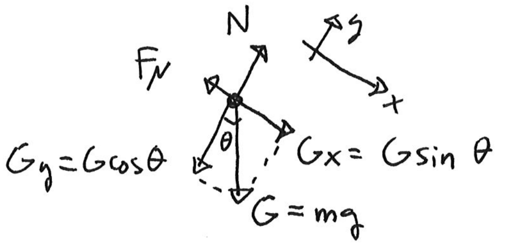
FYSP1010, DEMOT 2

1



Pintojen välinen kitkakerroin $\mu = 0{,}30$

Vapaakappalekuva



$$F_\mu = \mu N$$
$$G_y = G\cos\theta = N$$
$$G_x - F_\mu = ma_x$$

$$a_x = \frac{G_x - F_\mu}{m} = \frac{G\sin\theta - \mu G\cos\theta}{m} = g\sin\theta - \mu g\cos\theta$$

Nopeus kun lautta liukunut $x = 2{,}0\,m$ matkan

$$v_x = a_x t$$

Ratkaistaan aika yhtälöstä $x = \frac{1}{2}at^2$:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a_x}}$$

Sijoitetaan ja saadaan

$$v_x = a_x\sqrt{\frac{2x}{a_x}} = \sqrt{2a_x x} = \sqrt{2gx(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 2m \cdot (\sin 30° - 0{,}30 \cdot \cos 30°)} \approx 3{,}070\,m/s \approx \underline{\underline{3{,}1\,m/s}}$$

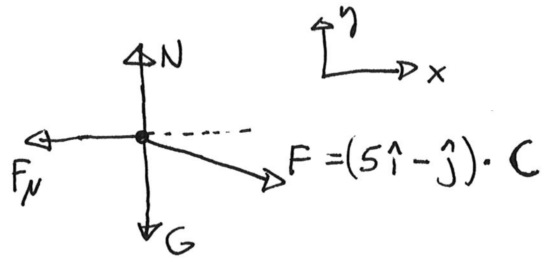
Korkeussuunnassa laatikon liikkuma etäisyys on $2\sin 30° = 1\,m$.
Jos laatikko putoaisi tämän matkan olisi sen nopeus lopussa

$$v = \sqrt{2gx} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 1m} \approx 4{,}43\,m/s$$

Liukuvaa laatikkoa hidastaa kitka. Tulos on looginen suuruudeltaan.

FYSP1010, DEMOT 2

(2)



F saa suurimman arvonsa kun F_μ (staattinen kitka) saa suurimman arvonsa. Ratkaistaan tämä raja-tapaus.

Laatikko ei uppoa tason sisään. Pystysuunnassa voimien summa nolla

$$N - G - C = 0$$

Kun laatikko pysyy paikallaan on myös vaakasuunnassa voimien summa nolla

$$5C - F_\mu = 0$$

$$5C - \mu N = 0^*$$

Ratkaistaan N pystysuuntaisesta yhtälöstä

$$N = G + C = mg + C$$

Sijoitetaan yhtälöön *:

$$5C - \mu(mg + C) = 0$$

$$C(5 - \mu) = \mu mg$$

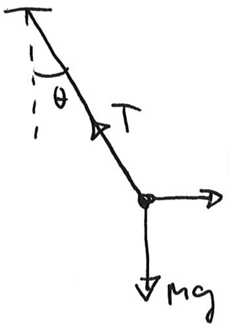
$$C = \frac{\mu mg}{5-\mu} = \frac{0{,}3 \cdot 2{,}0\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{5 - 0{,}3} \approx 1{,}252\ \mathrm{N}$$

Voiman F suuruus

$$|F| = \sqrt{5^2 + 1^2} \cdot 1{,}252\,\mathrm{N} \approx 6{,}386\,\mathrm{N} \approx \underline{\underline{6{,}4\,\mathrm{N}}}$$

FYSP1010, DEMOT 2

(3)



Pystysuunnassa tasapainotilassa

$$mg = T\cos\theta$$

Vaakasuunnassa

$$T\sin\theta = F = \tfrac{1}{2} C \rho A v^2,$$

missä $C = 0.5$ (pallo), $\rho = 1.3\ \mathrm{kg/m^3}$, $A = \pi R^2$. Ratkaistaan ensimmäisestä yhtälöstä T:

$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Sijoitetaan toiseen:

$$mg\,\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tfrac{1}{2} C \rho A v^2$$

Ratkaistaan kulma

$$\theta = \arctan\left(\frac{C\rho\pi R^2 v^2}{2mg}\right)$$

Oletetaan pallo $R = 1.5\ \mathrm{cm}$, $m = 10\ \mathrm{g}$ (pingispallo). Kohtalainen tuuli (Ilmatieteen laitos 4–7 m/s) $v = 5\ \mathrm{m/s}$:

$$\theta = \arctan\left(\frac{0.5 \cdot 1.3\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 3.1415\ldots \cdot (0.015\ \mathrm{m})^2 \cdot (5\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 0.01\ \mathrm{kg} \cdot 9.81\ \mathrm{m/s^2}}\right)$$

$$\approx 3.35^\circ$$

Menetelmä ei ole kovin herkkä