

# FYSP 1010

## Luento 2 /2021

### Dynamiikkaa

- Newtonin lait
- Vapaakappalediagrammi  
(muistamme videolta!)
- Näennäisvoimat
- Inertiaalikoordinaatisto

Liity luentosivulle TLM:SSÄ ja tee  
johdanto tehtävä!

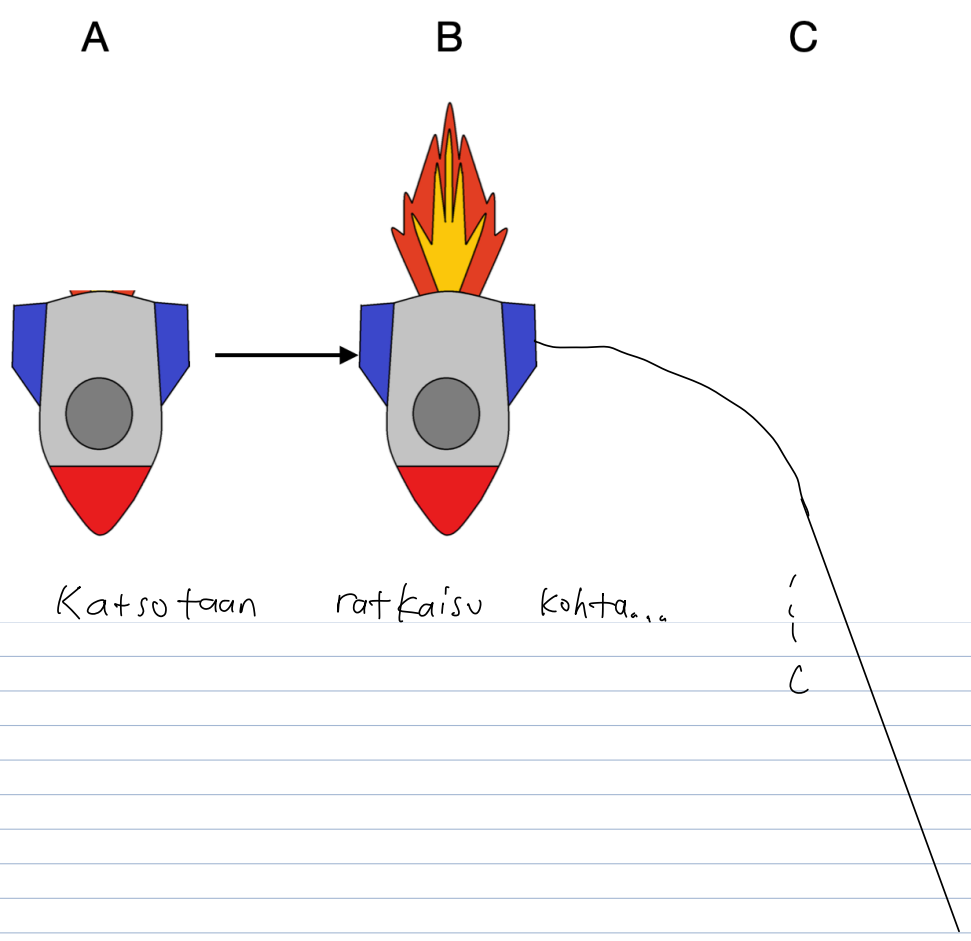
Johdanto tehtävä

Kurssin TLM-sivu

→ Luento 2

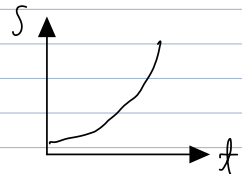
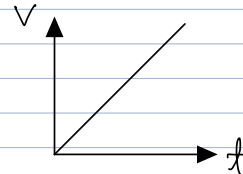
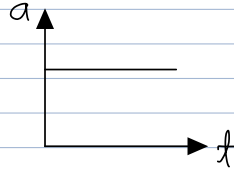
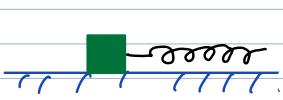
Raketti etenee aluksi (A) oikealle vakionopeudella.  
Rakettimoottori on käynnissä aikavälin B-C

Piirrä raketin rata hetkestä B eteenpäin.



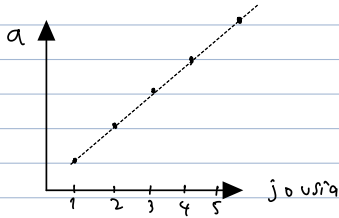
# 1. Newtonin lait (I ja II)

Kokeellinen lähestymistapa (vrt. video 2)  
Laatikko jäällä, jousen pituus vakio

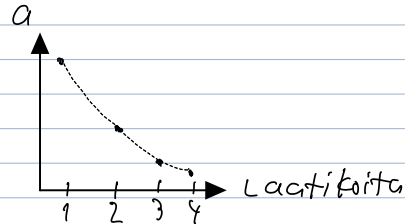


Miten kiihtyvyys riippuu

jousien määrästä?



Laatikoiden määrästä?



Kokeellisia havaintoja

- Voima aiheuttaa kiihtyvyyden
- Kiihtyvyys on suoraan verrannollinen voimaan
- Kiihtyvyys on kääntäen - " - aseen määrään

Vektorimuodossa

NI

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\sum F_x = m a_x$$

$$\sum F_y = m a_y$$

Huomaa: jos  $\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow a = 0$   
 $v = \text{vakio}$  (NI)

NI: Tasainen liike on kappaleen "luontainen" tila.

Liike ei tarvitse  $\sum \vec{a} = 0$

Koordinaatisto jossa  $NII$  pätee (ja myös muut Newtonin lait) on **inertiaalikoordinaatisto** (ei pyöri/ole kiihtyvässä liikkeessä)

Jos  $NII$  pätee, kyseessä on inertiaalikoordinaatisto  $\Rightarrow$  voidaan soveltaa  $NII$ :tä.

(Lue myös Knight s. 144)  
("Inertial Reference frames")

Dynamiikan ongelmien ratkaisu:

yksittäiset voimat  $\rightarrow$  kokonaisvoima

$\rightarrow$  kiihtyvyys  $\rightarrow$  kinematiikka

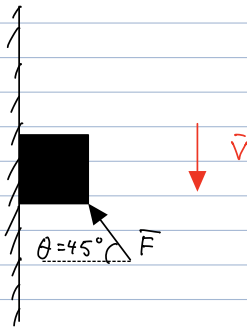
$$\Delta v = \int_{t_0}^{t_1} a dt$$

$$\Delta x = \int_{t_0}^{t_1} v dt$$

Takaisin raketti tehtävään...

Esimerkki:

Kuinka suuri voima tarvitaan jotta laatikko putoaisi vakionopeudella?



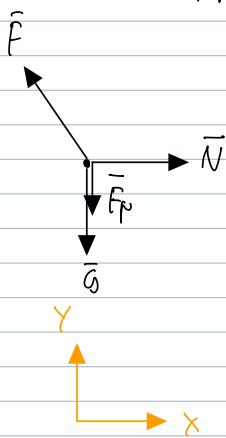
Kappaleeseen vaikuttavat voimat (kirjoita luentosehelle)

- kitka (liuku)
- painovoima
- seinän tukivoima
- työntävä voima

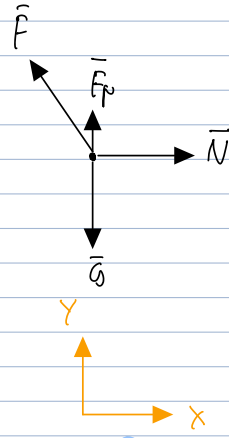
Liukokitkakerroin  $\mu_k = 0.2$   
Massa  $m = 1 \text{ kg}$   
Voima  $|\vec{F}| = F = ?$

Luento tehtävä:

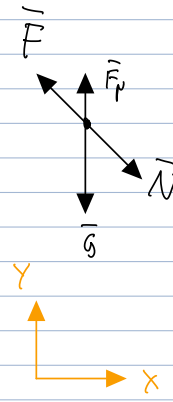
Vapaa kappalekuva: Mitä on oikea



(a)



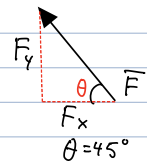
(b)



(c)

Ratkaisu:  $\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$  komponenteittain

Huom:  $\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} = -F \cos \theta \hat{i} + F \sin \theta \hat{j}$



$$(x) \quad N_x + F_x + \underbrace{(F_p)_x}_{=0} + \underbrace{(G)_x}_{=0} = 0$$

$$N_x - F \cdot \cos \theta = 0$$

$$(y) \quad G_y + (F_p)_y + F_y + \underbrace{N_y}_{=0} = 0$$

$$-mg + N_x \cdot \mu_k + F \cdot \sin \theta = 0$$

TAI vektorimuodossa

$$0 = \sum \vec{F}_i = \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_p + \vec{G}$$

$$= N_x \hat{i} - F \cos \theta \hat{i} + F \sin \theta \hat{j} + N_x \mu_k \hat{j} - mg \hat{j}$$

$$= \underbrace{(N_x - F \cos \theta)}_{=0} \hat{i} + \underbrace{(F \sin \theta + N_x \mu_k - mg)}_0 \hat{j}$$

$$\text{Sij. } N_x = F \cdot \cos \theta$$

$$F \cdot \sin \theta + F \cdot \cos \theta \cdot \mu_k - mg = 0$$

$$F = \frac{mg}{\sin \theta + \mu_k \cdot \cos \theta} = 11,6 \text{ N}$$

Onko tulos järkevä?

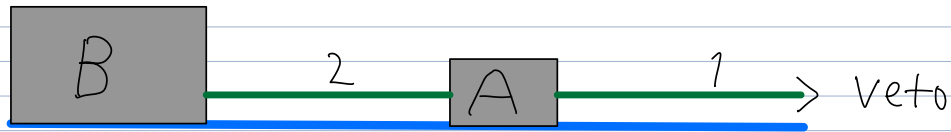
→ Luontotehtävä (T1M)

Jos  $\mu_k$  pien. niin  $F$  kasvaa

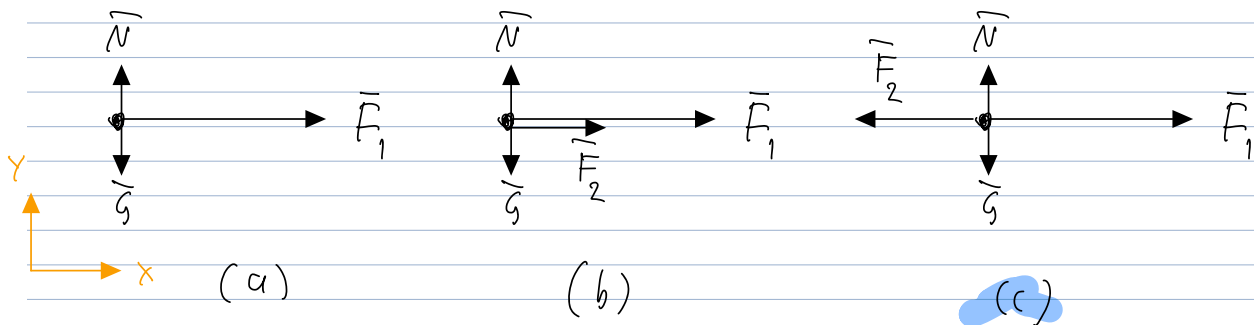
Jos  $\theta = 0$ , ja  $\mu_k = 0$

$$\text{" } F = \frac{mg}{0} \text{ "}$$

Esimerkki: Kytetyt laatikot (kittattomalla pinnalla)



Mikä on oikea vapaa kappale kuva laatikolle A?



$$a_A = a_B = a = ?$$

$$\Sigma \vec{F} = m_A \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{F_1 - F_2}{m_A} \hat{i}$$

$$F_1 = |\vec{F}_1|$$

$$F_2 = |\vec{F}_2|$$

$$\Sigma \vec{F} = \underbrace{\vec{N} + \vec{G}}_{=0} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 \hat{i} - F_2 \hat{i}$$

$$= (F_1 - F_2) \hat{i}$$

$$F_1 = |\vec{F}_1| \hat{i} = F_1 \hat{i}$$

$$F_2 = |\vec{F}_2| (-\hat{i}) = -F_2 \hat{i}$$

Tällaisiin systeemeihin palataan ensi viikolla

NIII:n yhteydessä.

Muista:

- Voima aiheutuu vuorovaikutuksesta
- Voima kohdistuu tiettyyn kappaleeseen

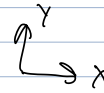
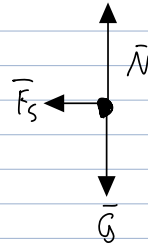
**Esimerkki:** Auto etenee nopeudella  $v = 20 \text{ m/s}$  ja pysähtyy  $s = 50 \text{ m}$  matkalla. Matkustajan ja penkin väliset kitkakertoimet ovat  $\mu_s = 0,5$  ja  $\mu_k = 0,3$ . Pysäyksen  $m = 70 \text{ kg}$  matkustaja penkillä?



$$\rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

$$\hat{a}_A \leftarrow$$

Vapaakappalekuva



$$NII: (F_s)_x = m_m \cdot (a_m)_x$$

Suurm. mahd. lepokitkäs

$$\begin{aligned} (F_s)_x &= -N_y \cdot \mu_s \\ &= -m_m \cdot g \cdot \mu_s \end{aligned}$$

$$N_y + \underbrace{G_y}_{-m_m \cdot g} = 0$$

$$N_y = m_m \cdot g$$

Suurm. mahd. kiihtyvyyks (eli hidastuvuus)

$$\begin{aligned} (a_m)_x &= - \frac{m_m \cdot g \cdot \mu_s}{m_m} = -g \cdot \mu_s \\ &= -4,9 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Auton kiiht.

$$\underbrace{v_1^2}_{=0} = \underbrace{v_0^2}_{20 \text{ m/s}} + 2 a_A s$$

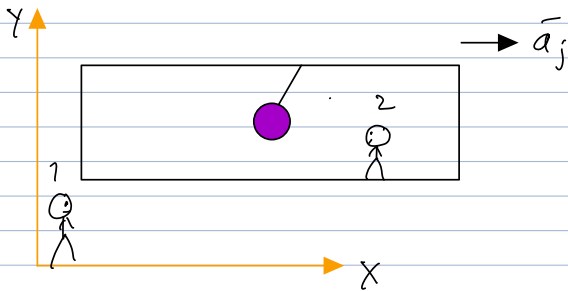
$$a_A = - \frac{v_0^2}{2s} = -4 \text{ m/s}^2$$



# Näennäisvoimista

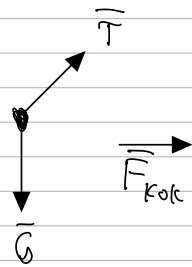
Eli mitä jos koordinaatisto ei ole inertiaalikoordinaatisto?

Juna kiihdyttää vakioakselivauhdella  $a_j$  (x-suuntaan).  
Tarkastellaan heiluria vaunussa.



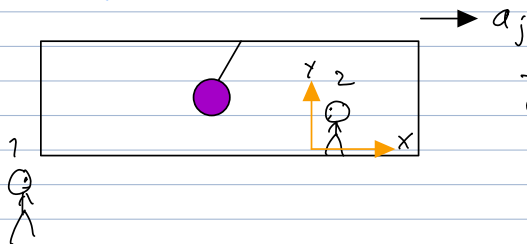
Havaintsija 1:

Vapaa kappalekuva:

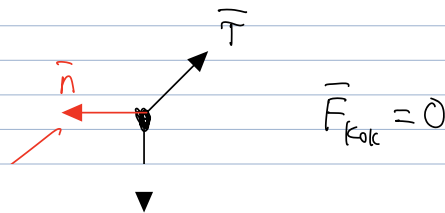


$$\sum \vec{F} = m \vec{a}_{\text{pallo}} \neq 0$$

Havaintsija 2:



$\vec{a}_{\text{pallo}} = 0$ , eli "ottaa  $\sum \vec{F} = 0$ "  
- Havaintsija 2



Näennäisvoima  $\vec{G}$

JOS vaaditaan että Newtonin lait pätevät koordinaatistossa joka ei ole inertiaalinen

→ tarvitaan näennäisvoimia jotta

ei aiheuta mikään vuorovaikutus

Huom: Havaittaja 1 voisi todeta, että NI ei päde toteamalla että  $a=0$  vaikka kappaleeseen kohdistuukin koonaisvoima ( $\vec{T} + \vec{G} \neq 0$ )

# Muuttuvat voimat

Tarkastellaan esimerkkiä jossa  $\vec{F}_{\text{kor}}$  ei ole vakio.

Miksi arki kokemus sanoo että "v ~ F"

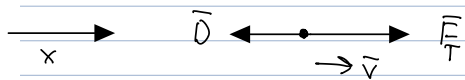
↑  
jopa yksiköt väärin!

Vastusvoima vedessä/ilmassa  $\vec{D} = -\frac{1}{2} A \rho C v^2 \hat{v}$

↑  
pinta-ala    ↑  
tiheys

Työnnetään vakiovoimalla  $\vec{F}_T$  vedessä.

riippw kappaleesta, luku



$$|\vec{F}_T| = F$$

$$\text{NII} \quad (F_T)_x + D_x = m a_x$$

(ei käsitelty luenolla, mutta löytyy videoilta oleellisin osin)

