

Stokastiset mallit

Harjoitukset 15.03.2004

-9-

- (1) Olkoon $(f_i)_{i=0}^\infty$ Markovin ketju, jonka tila-avaruus on $X = \{0, \dots, K\}$. Osoita, että $((f_i, i))_{i=0}^\infty$ on homogeeninen Markovin ketju.
- (2) Homogeenisen Markovin ketjun siirtymämatriisia $T = (p(k, l))_{k, l=0}^K$ kutsutaan *kaksoisstokastiseksi* (double stochastic), jos

$$\sum_{i=0}^K p(k, i) = \sum_{i=0}^K p(i, l) = 1 \quad \text{kaikille } k, l = 0, \dots, K.$$

Osoita, että homogeeniselle Markovin ketjulle, jonka tila-avaruus on $X = \{0, \dots, K\}$, seuraavat ovat ekvivalentteja.

- (a) Markovin ketjulla on tasainen tasapainojakauma, mikä tarkoittaa, että $\frac{1}{K+1} = s_0 = \dots = s_K$ on tasapainojakauma.
- (b) Siirtymämatriisi on kaksoisstokastinen.
- (3) Anna (jos mahdollista) kaikissa taulukon kuudessa tapauksessa riittävät ehdot sille, että taulukon vasemman sarakkeen mukaisella tila-avaruudella varustetun homogeenisen Markovin ketjun tasapainojakauma on yläriivin mukainen, ja esimerkki tällaisesta ketjusta.

	ei ole olemassa	on, yksikäsitteinen	on, ei yksikäsitteinen.
$X = \{0, \dots, K\}$			
$\#X = \infty$			