

Stokastiset mallit
Harjoitukset 4.3.2002
-6-

- (1) Olkoot $0 < \varepsilon < 1$ ja $(f_i)_{i=0}^\infty$ homogeeninen Markovin ketju, jonka tila-avaruus on $X = \{0, 1\}$ ja siirtymämatriisi

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \varepsilon & 1 - \varepsilon \end{pmatrix}$$

Onko Tämä Markovin ketju ergodinen? Mitkä ovat tasapainojakaumat?

- (2) Olkoon $(\mathcal{F}_n)_{n=0}^\infty$ historia (kasvava jono σ -algebroida) ja olkoot $S, T : \Omega \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ pysähdyshetkiä. Osoita, että
- (a) $\max(S, T)$ ja $S + T$ ovat pysähdyshetkiä.
 - (b) $\mathcal{F}_T := \{A \subseteq \Omega : A \cap \{T = n\} \in \mathcal{F}_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$ on σ -algebra.
- (3) Olkoon $(f_i)_{i=0}^\infty$ homogeeninen Markovin ketju, jonka tila-avaruus on $X = \{0, 1, 2\}$ ja siirtymämatriisi

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Laske T^n kaikille $n = 1, 2, \dots$ Konvergoiko T^n kun $n \rightarrow \infty$?
- (b) Laske ketjun $(f_i)_{i=0}^\infty$ tasapainojakaumat.