

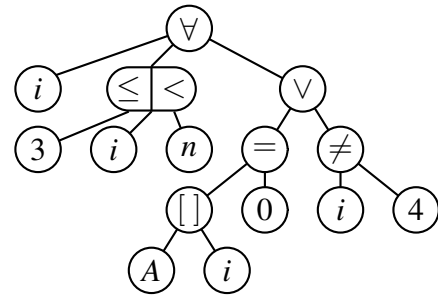
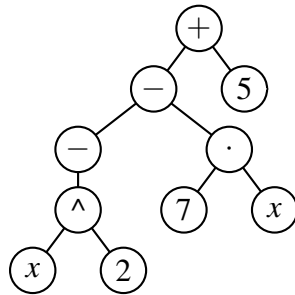
Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet ja-
kautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin
mihin vastaustila riittää.

1. Tästä kohdasta oikealle on tyhjää tilaa. Piirrä siihen seuraavien lausekkeiden tai väittämien lausekepuut.

(a) $-x^2 - 7 \cdot x + 5$

(b) $\forall i; 3 \leq i < n : A[i] = 0 \vee i \neq 4$



2. Laske ilman laskinta seuraavat aritmetiikassa modulo 5.

(a) $28 + 31 = \underline{\hspace{2cm}} 4$

(b) $28 \cdot 31 = \underline{\hspace{2cm}} 3$

(c) $28^{31} = \underline{\hspace{2cm}} 2$

Olkoot $X ::= AB$, $A ::= ka \mid kana$, $B ::= \varepsilon \mid la \mid na$ ja $Y ::= a \mid bYc$.

(d) Luettele X :n tuottamat merkkijonot. _____ $ka, kala, kana, kanala, kanana$

(e) Luettele Y :n tuottamat merkkijonot. _____ $a, bac, bbacc, bbbacc, \dots$

(f) Olkoot σ ja ρ merkkijonoja, ja $|\sigma|$ on σ :n pituus.

Ilmoita seuraavat merkkijonojen pituudet. $|\varepsilon| = \underline{\hspace{2cm}} 0$ $|\sigma\rho| = \underline{\hspace{2cm}} |\sigma| + |\rho|$

3. (a) (1 piste) Sievennä $P \wedge (Q \vee R) \vee \neg Q \Leftrightarrow \underline{\hspace{4cm}} P \vee \neg Q$

(b) (1 piste) Sievennä $P \rightarrow (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow \underline{\hspace{4cm}} \top$

(c) (4 pistettä) Oheinen algoritmi järjestää osataulukon $A[a \dots y]$ siten, että alkuosassa kohtaan $i - 1$ saakka on vain pieniä alkioita ja siitä eteenpäin vain suuria alkioita, eikä kumpikaan osa ole tyhjä (tämä kuvaus on tahallaan huono). Perustele, miksi algoritmi toimii oikein. Täysiin pisteisiin ei tarvita likimainkaan täydellistä perustelua. Jokainen selkeä, paikkansapitävä, oikeellisuuden kannalta lisäarvoa tuova väite tuo 0,5 tai 1 pistettä. Pisteitä tulee myös edellä annetun algoritmikuvauksen vikojen korjaamisesta. Virheelliset ja epäselvät väitteet vähentävät pisteitä. Pisteitä annetaan kuitenkin kaikenkaikkiaan vähintään 0 ja enintään 4.

```

1  i := a - 1
2  j := y + 1
3  x := A[a]
4  while i < j do
5      i := i + 1
6      j := j - 1
7      while A[j] < x do i := i + 1
8      while A[j] > x do j := j - 1
9      if i < j then
10         z := A[i]
11         A[i] := A[j]
12         A[j] := z
13  if i = a then i := i + 1
    
```

Alussa pitää olla $a < y$. Pienet alkiot ovat enintään x ja suuret ovat vähintään x . Rivin 5 alussa $\exists k; i < k \leq y : A[k] \geq x$ ja $\exists h; a \leq h < j : A[h] \leq x$. Ensimmäisellä kierroksella a on sellainen k ja h , myöhemmillä kierroksilla edellisen kierroksen rivit 10...12 tuottavat sellaiset. Siksi rivit 7 ja 8 pysähtyvät siten, että $i \leq y$ ja $a \leq j$. Pääsilmukka pysähtyy, koska joka kierroksella $j - i$ pienenee ainakin kahdella. Rivin 4 alussa $\forall k; a \leq k < i : A[k] \leq x$ ja $\forall h; j < h \leq y : A[h] \geq x$. Jos rivin 13 alussa $i > j$, niin osat ovat epätyhjiä ja oikein. Muutoin rivi 13 tekee yhden alkion alkuosan $A[a] = x$.

Käännä!

4. Esitä seuraavat taulukosta $B[0 \dots n - 1]$ puhuvat väittämät predikaatteina.

- (a) B on vähenevässä suuruusjärjestyksessä. _____ $\forall i; 0 \leq i < n - 1 : B[i] \geq B[i + 1]$
- (b) Kohdassa i oleva alkio ei ole B :n pienin alkio. _____
 _____ $0 \leq i < n \wedge \exists j; 0 \leq j < n : B[i] > B[j]$
- (c) Jokin alkio on erisuuri kuin muut alkio. _____
 _____ $\exists i; 0 \leq i < n : \forall j; 0 \leq j < n \wedge j \neq i : B[i] \neq B[j]$

5. (a) ja (b): selosta seuraavat käsitteet (1 piste / kohta).

- (a) Alkuluku. _____
 _____ Ykköstä suurempi kokonaisluku, joka on jaollinen vain ykkösellä ja itsellään.
- (b) Ylinumeroituva joukko. _____
 _____ Joukko, jonka alkioita ei voi jonoon, koska niitä on liian paljon.
- (c) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee alle tai eri paperille (saat sen pyytämällä, muista kirjoittaa sinne nimesi ja syntymäaikasi).

loppu

Eri tehtäväkohdista saatujen pisteiden jakauma

teht	tyhjä	0	1/2	1	2	3	4
1a	2	15		7	16	12	
1b	7	15		13	11	6	
2a	3	9		40			
2b	4	9		39			
2c	9	31		12			
2d	2	6	7	37			
2e	2	17	19	14			
2f	3	11	19	19			
3a	7	38	1	6			
3b	7	31	2	12			
3c	12	20		9	7	3	1
4a	6	24		9	13		
4b	8	18		17	9		
4c	9	21		17	5		
5a	5	9	35	3			
5b	20	25		7			
5c	9	5		12	8	10	8