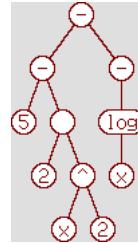


Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Maksimipistemäärä on 30. Kukin kohta on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää.

1&2. Oikealla ja siitä alaspäin on tyhjää tilaa. Piirrä



siihen lausekkeen $5 - 2x^2 - -\log x$ lausekepuu.

3. Paljonko on $2023^{67} \bmod 10$? _____ 7

Tarkoittakoon K että kesä on kiva vuodenaika, S että syksy on kiva vuodenaika ja T että talvi on kiva vuodenaika.

Esitä seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

4. Ainakin yksi näistä kolmesta vuodenajasta on kiva. _____ $K \vee S \vee T$

5. Kesä on mutta syksy ei ole kiva. _____ $K \wedge \neg S$

6. Jos syksy on kiva, niin ei ole niin että sekä talvi että kesä on kiva. _____ $S \rightarrow \neg(T \wedge K)$

Sekalaisia tehtäviä

7. Valitse P tai Q , sijoita siihen \mathbf{F} ja sievennä $P \wedge (\neg P \vee Q)$. _____ $\mathbf{F} \wedge (\neg \mathbf{F} \vee Q) \Leftrightarrow \mathbf{F}$

8. Sijoita samaan kuin äsken \mathbf{T} ja sievennä $P \wedge (\neg P \vee Q)$. _____ $\mathbf{T} \wedge (\neg \mathbf{T} \vee Q) \Leftrightarrow Q$

9. Kirjoita mahdollisimman yksinkertainen kaava, joka tarkoittaa samaa kuin $P \wedge (\neg P \vee Q)$. _____ $P \wedge Q$

10. Perustele $(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee R) \Rightarrow Q \vee \neg R$ tai anna sille vastaesimerkki. _____

_____ Pätee.

Jos $P \Leftrightarrow \mathbf{F}$, niin $(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee R) \Leftrightarrow (\mathbf{F} \wedge Q) \vee \neg(\mathbf{F} \vee R) \Leftrightarrow \neg R \Rightarrow Q \vee \neg R$.

Jos $P \Leftrightarrow \mathbf{T}$, niin $(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee R) \Leftrightarrow (\mathbf{T} \wedge Q) \vee \neg(\mathbf{T} \vee R) \Leftrightarrow Q \Rightarrow Q \vee \neg R$.

11. Perustele $(P \wedge Q) \vee \neg(P \vee R) \Leftrightarrow Q \vee \neg R$ tai anna sille vastaesimerkki. _____

_____ Vastesimerkki $P \Leftrightarrow \mathbf{T}$ ja $Q \Leftrightarrow R \Leftrightarrow \mathbf{F}$.

12. Sievennä $\neg(-1 \leq x < 6) \wedge x \neq 4$. _____ $(x < -1 \vee x \geq 6) \wedge x \neq 4 \Leftrightarrow x < -1 \vee x \geq 6$

Röllli on tarkka ruokavaliostaan. Hän syö vain pitsaa, josta 40 % on rasvaa ja 30 % hiilihydraatteja sekä jäätelöä, josta 20 % on rasvaa ja 60 % hiilihydraatteja. Merkitsemme Röllin syömän pitsan määrää grammoina p :llä ja jäätelön määrää grammoina j :llä.

13. Kirjoita lauseke, joka esittää Röllin syömän rasvan määrän. _____ $0.4p + 0.2j$

14. Kirjoita lauseke, joka esittää Röllin syömien hiilihydraattien määrän. _____ $0.3p + 0.6j$
15. Rölli haluaa syödä päivittäin tasan 450 g rasvaa ja tasan 630 g hiilihydraatteja. Kuinka paljon pitsaa ja jäätelöä hänen pitää päivittäin syödä? Kirjoita yhtälöpari ja ratkaise se. $0.4p + 0.2j = 450 \wedge 0.3p + 0.6j = 630 \Leftrightarrow p = 800 \wedge j = 650$
16. Kirjoita kaava, joka alkaa $\exists x$:, ja joka on tosi reaalityyppisille mutta ei ole tosi kokonaisluvuille. _____ $\exists x : 2x = 1$
17. Kirjoita kaava, joka alkaa $\exists x$:, ja joka on tosi kokonaisluvuille mutta ei ole tosi reaalityyppisille. _____ $\exists x : \neg \exists y : x < y < x + 1$

Taulukko H indeksoidaan a, \dots, y . Kirjoita seuraavat predikaatit.

18. H :ssa on ainakin yksi kakkonen. _____ $\exists i; a \leq i \leq y : H[i] = 2$
19. H :ssa on ainakin kaksi alkioita. _____ $y > a$
20. H :ssa on ainakin kaksi erisuurta alkioita. _____ $\exists i : \exists j; a \leq i < j \leq y : H[i] \neq H[j]$
21. H :ssa on täsmälleen yksi kakkonen, ja se on kohdassa i .
_____ $a \leq i \leq y \wedge H[i] = 2 \wedge \forall j; a \leq j \leq y : i = j \vee H[j] \neq 2$

Olkoot $X ::= AB$, $A ::= ka \mid kana$, $B ::= \varepsilon \mid la \mid na$ ja $Y ::= a \mid bYc$.

22. Luettele X :n tuottamat merkkijonot. _____ $ka, kala, kana, kanala, kanana$
23. Luettele neljä Y :n tuottamaa merkkijonoa. _____ $a, bac, bbacc, bbbaccc$
24. Kirjoita BNF-määritelmä Z , joka tuottaa ne ja vain ne merkkijonot, joissa on pariton määrä merkkiä a eikä muuta. _____ $Z ::= a \mid aaZ$

Oletetaan, että taulukko $T[1 \dots n]$ on kasvavassa suuruusjärjestyksessä ja x on siinä jossain kohdassa. Oheisen algoritmin pitäisi löytää x :n paikka T :ssä, mutta siinä on virhe. Virheen saa ilmenemään kahden alkion taulukolla. Merkintä $[x]$ tarkoittaa x pyöristettynä alas lähimpään kokonaislukuun.

```

a := 1; y := n + 1
while a < y do
  v := ⌊ (a + y) / 2 ⌋
  if T[v] < x then a := v
  else y := v

```

25. Anna sellaiset x _____ ja T [_____, _____], että algoritmi jää ikuisen silmukkaan. **1 ja [0, 1]**
26. Ehdota virheelle korjaus. _____ **Kun $T[v] < x$, niin pitäisi sijoittaa $a := v + 1$.**

Vuosien 1901 ja 2099 välisenä aikana neljällä jaollisissa vuosissa on 366 päivää ja muissa vuosissa 365 päivää. Päte $365 = 52 \cdot 7 + 1$. Vuoden 2023 ensimmäinen päivä oli sunnuntai.

27. Mikä viikonpäivä on 1.1.2024? _____ **maanantai**
28. Mikä viikonpäivä on 1.1.2025? _____ **keskiviikko**
29. Mikä viikonpäivä on 1.1.2030? _____ **tiistai**
30. Mikä on 2023 jälkeen seuraava vuosi, jonka ensimmäinen päivä on sunnuntai? _____ **2034**

loppu