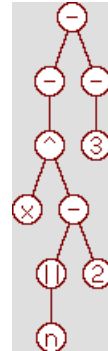


Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Maksimipistemäärä on 30. Kukin kohta on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää.

1&2. Oikealla ja siitä alaspäin on tyhjää tilaa.
Piirrä siihen lausekkeen $-x^{|n|-2} - 3$ lausekepuu.



Tarkoittakoot A että Aliisa hölmöilee ja E että Erkki hölmöilee. Kirjoita seuraavat kaavoina.

3. Jos Aliisa hölmöilee, niin Erkki ei hölmöile.
_____ $A \rightarrow \neg E$

4. Molemmat hölmöilevät tai kumpikaan ei hölmöile.
_____ $A \wedge E \vee \neg A \wedge \neg E$

Kirjoita oikean vaihtoehdon eteen X.

5. $P \vee Q \wedge R$ tarkoittaa samaa kuin _____ $(P \vee Q) \wedge R$ X $P \vee (Q \wedge R)$

Sievennä $P \wedge Q \vee \neg P \wedge \neg Q$ olettaen, että

6. $P \Leftrightarrow \mathbf{F}$. _____ $\mathbf{F} \wedge Q \vee \neg \mathbf{F} \wedge \neg Q \Leftrightarrow \mathbf{F} \vee \mathbf{T} \wedge \neg Q \Leftrightarrow \neg Q$

7. $P \Leftrightarrow \mathbf{T}$. _____ $\mathbf{T} \wedge Q \vee \neg \mathbf{T} \wedge \neg Q \Leftrightarrow Q \vee \mathbf{F} \wedge \neg Q \Leftrightarrow Q$

Perustele tai anna vastaesimerkki.

8. $P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow P \wedge Q \vee \neg P \wedge \neg Q$ _____
— Jos $P \Leftrightarrow \mathbf{F}$, niin kumpikin puoli tuottaa $\neg Q$. Jos $P \Leftrightarrow \mathbf{T}$, niin kumpikin puoli tuottaa Q .

9. $P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \wedge P \vee \neg Q$ _____
_____ Jos $P \Leftrightarrow \mathbf{F}$ ja $Q \Leftrightarrow \mathbf{T}$, niin $P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow \mathbf{F}$ mutta $\neg P \vee Q \wedge P \vee \neg Q \Leftrightarrow \mathbf{T}$.

Kohdissa 10...12 täydennä kaava, joka tarkoittaa samaa kuin $2|x+2| + |x-1| = 9$ ja jossa ei ole itseisarvomerkkejä. Kaavan pitää olla se joka saadaan kuten kurssilla on neuvottu.

10. _____ $(x < -2 \wedge -2(x+2) - (x-1) = 9)$

11. \vee _____ $(-2 \leq x < 1 \wedge 2(x+2) - (x-1) = 9)$

12. \vee _____ $(1 \leq x \wedge 2(x+2) + (x-1) = 9)$

13. Ratkaise $2|x+2| + |x-1| = 9$. _____ $x = -4 \vee x = 2$

14. Mikä kohdista 10...12 ei tuottanut juurta yhtälölle $2|x+2| + |x-1| = 9$, ja miksi ei?
_____ Keskimmäisen juuri olisi 4, mutta se ei toteuta $-2 \leq x < 1$.

Taulukko B indeksoidaan $a \dots y$. Kirjoita kaava, joka sanoo, että

15. B :n viimeinen alkio ei ole B :n suurin alkio. _____ $\exists i; a \leq i < y : B[i] > B[y]$

16. B on palindromi (sama etuperin kuin takaperin). _____ $\forall i; a \leq i \leq y : B[i] = B[a+y-i]$

käännä

Kaava $\forall i; 1 < i \leq n : A[1] \leq A[i]$ ei sano "A[1...n] on kasvavassa suuruusjärjestyksessä", sillä $A = [1, 3, 2]$ on sille vastaesimerkki, koska se ei ole kasvavassa suuruusjärjestyksessä mutta kaava on sille tosi.

Tehtävänä on sanoa "Taulukossa $A[1 \dots n]$ on pelkästään nollia tai pelkästään ykkösiä". Kullekkin seuraavista kaavoista, ilmoita se oikeaksi tai perustele vastaesimerkin avulla, että se on väärin.

17. $\forall i; 1 \leq i \leq n : (A[i] = 0 \vee A[i] = 1)$ _____
 _____ [0, 1] toteuttaa kaavan mutta ei sanallista väitettä.

18. $\forall i; 1 \leq i \leq n : (A[i] = 0 \vee A[n] = 1) \wedge A[i] = A[1]$ _____
 _____ On oikein.

19. $(A[1] = 0 \vee A[1] = 1) \wedge \forall i; 1 < i \leq n : A[i] = A[1]$ _____
 _____ Tyhjä taulukko toteuttaa sanallisen väitteen mutta ei kaavaa.

Tarkastelemme tätä BNF-määritelmää: $T ::= A \mid +A \mid -T \quad A ::= x \mid (T)$

20. Luettele kaikki enintään kolme merkkiä pitkät merkkijonot, jotka se tuottaa. _____
 _____ $x \ +x \ -x \ \ -+x \ \ --x \ (x)$

21. Voiko tuotetussa merkkijonossa olla kaksi +:aa välittömästi peräkkäin? Perustele. _____
 _____ Ei, koska +:n jälkeen tulee A, ja A alkaa joko x tai (.

22. Mitkä merkit voivat esiintyä tuotetun merkkijonon ensimmäisinä? _____ $x \ (\ + \ -$

23. Mitkä merkit voivat esiintyä tuotetun merkkijonon viimeisinä? _____ $x \)$

Vuosien 1901 ja 2099 välisenä aikana neljällä jaollisissa vuosissa on 366 päivää ja muissa vuosissa 365 päivää. Pätee $365 = 52 \cdot 7 + 1$. Vuoden 2023 ensimmäinen päivä oli sunnuntai.

24. Mikä viikonpäivä on 1.1.2024? _____ maanantai

25. Mikä viikonpäivä on 1.1.2025? _____ keskiviikko

26. Mikä viikonpäivä on 1.1.2030? _____ tiistai

27. Mikä on 2023 jälkeen seuraava vuosi, jonka ensimmäinen päivä on sunnuntai? _____ 2034

28. Laske $5(17 \text{ div } 5)$. _____ 15

29. Perustele tai osoita vääräksi, että $b(a \text{ div } b) \leq a$ on tosi jokaisella kokonaisluvulla a ja positiivisella kokonaisluvulla b . _____ div on jakolasku alaspäin
 _____ pyöristettynä, joten $a \text{ div } b \leq a/b$, joten $b(a \text{ div } b) \leq b(a/b) = a$

30. Perustele tai osoita vääräksi, että $a < b(a \text{ div } b) + b$ on tosi jokaisella kokonaisluvulla a ja positiivisella kokonaisluvulla b . _____ Pyöristys on vähemmän
 _____ kuin 1, joten $a/b < a \text{ div } b + 1$, joten $a = b(a/b) < b(a \text{ div } b) + b$

loppu