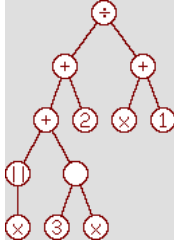


Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota.

1. (a) Piirrä lausekkeen $\frac{|x| + 3x + 2}{x + 1}$ lausekepuu.



- (b) Kirjoita luvun 18 kaikki tekijät. Alleviivaa ne, jotka ovat alkulukuja.

1, 2, 3, 6, 9, 18

- (c) Ratkaise $2|x - 5| + 3 = x + 4$.

Tapaus $x < 5$: $-2(x - 5) + 3 = x + 4 \Leftrightarrow 9 = 3x \Leftrightarrow x = 3 < 5$.

Tapaus $x \geq 5$: $2(x - 5) + 3 = x + 4 \Leftrightarrow x = 11 \geq 5$.

Siis $x = 3 \vee x = 11$.

2. Tarkoitakoon K että otan kahvia, M että otan maitoa ja S että otan sokeria. Ilmaise seuraavat logiikan merkinnöillä.

- (a) Otan kahvia sokerin kanssa ilman maitoa.

$K \wedge S \wedge \neg M$

- (b) Jos otan kahvia, niin otan maitoa tai sokeria (tai molempia).

$K \rightarrow M \vee S$

Sievennä seuraavat. Näytä kummallekin ainakin yksi järkevä välivaihe tai muu perustelu.

- (c) $P \wedge (Q \vee R) \vee \neg Q$ (d) $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$

(c) $\Leftrightarrow P \vee \neg Q$, koska jos $Q \Leftrightarrow \mathbf{F}$ niin molemmat ovat \mathbf{T} , ja jos $Q \Leftrightarrow \mathbf{T}$ niin molemmat ovat P .

(d) $\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee P \Leftrightarrow \mathbf{T}$

Mitkä seuraavista päättelyaskelista ovat päteviä? Perustelee vastauksesi.

- (e) $n > 3 \Rightarrow n - 3 \geq 0$ (f) $0n = 7 \Rightarrow k = 3$

(e) On pätevä. Jos $n > 3$, niin $n \geq 3$, jolloin $n - 3 \geq 0$.

(f) On pätevä. Koskaan ei päde $0n = 7$, ja mahdottomasta seuraa mitä tahansa.

3. Kohdissa (a) (b) tarkastellaan tätä BNF-määritelmää: $T ::= A \mid +A \mid -T \quad A ::= x \mid (T)$

- (a) Luettele kaikki enintään kolme merkkiä pitkät merkkijonot, jotka se tuottaa.

$x \quad +x \quad -x \quad (x) \quad -+x \quad --x$

- (b) Voiko tuotetussa merkkijonossa olla kaksi +:a välittömästi peräkkäin? Perustelee.

Ei. +:n perässä on aina A, ja sen alussa on aina x tai (.

- (c) Selosta lyhyesti käsitteet merkkijono, aakkosto ja kieli. Anna esimerkki jokaisesta.

Merkkijono on nolla tai useampi merkkiä peräkkäin, vaikka "tentti". Aakkosto on niiden merkkien epättyhjä joukko, joista merkkijonot saa muodostaa, vaikka $\{0, 1\}$.

Kieli on mikä tahansa merkkijonojen joukko, vaikka \emptyset .

4. Taulukko A indeksoidaan 0:sta $(n - 1)$:een.

- (a) Kirjoita aliohjelma, joka saa parametreikseen $A:n$, $n:n$ ja $i:n$ ja joka palauttaa `true` jos ja vain jos kohdassa i sijaitseva $A:n$ alkio on suurempi kuin edellinen alkio; muutoin se palauttaa `false`.

```
return 1 ≤ i < n && A[i] > A[i - 1]
```

- (b) Esitä kaavana: Kohdassa i sijaitseva $A:n$ alkio on suurempi kuin edellinen alkio.

$$1 \leq i < n \wedge A[i] > A[i - 1]$$

- (c) Kirjoita aliohjelma, joka palauttaa `true` jos ja vain jos jokin $A:n$ alkio on suurempi kuin edellinen alkio. Näytä koodissa tai kerro erikseen, mitä se saa parametreikseen.

```
for i := 1 to n - 1 do
  if A[i] > A[i - 1] then return true
return false
```

Parametrit ovat A ja n .

- (d) Esitä kaavana: Jokin $A:n$ alkio on suurempi kuin edellinen alkio.

$$\exists i; 1 \leq i < n : A[i] > A[i - 1]$$

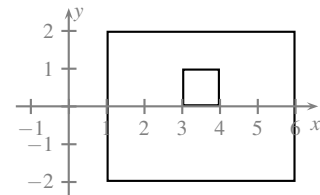
- (e) Kirjoita aliohjelma, joka palauttaa `true` jos ja vain jos täsmälleen yksi $A:n$ alkiosta on suurempi kuin edellinen alkio.

```
b := false
for i := 1 to n - 1 do
  if A[i] > A[i - 1] then
    if b then return false
    b := true
return b
```

- (f) Esitä kaavana: Täsmälleen yksi $A:n$ alkiosta on suurempi kuin edellinen alkio.

$$\exists i; 1 \leq i < n : A[i] > A[i - 1] \wedge \forall j; 1 \leq j < n : i = j \vee A[j] \leq A[j - 1]$$

5. (a) Kirjoita kaava, jonka toteuttavat täsmälleen ne x ja y , joille piste (x, y) on kuvassa olevien tummien viivojen välissä. Viivoilla olevat pisteet eivät kuulu mukaan. Viivat ovat täsmälleen kokonaislukujen kohdalla. Jos on liian vaikea, niin kirjoita niiden pisteiden (x, y) kaava, jotka ovat ulomman tumman viivan sisällä.



$$1 < x < 6 \wedge -2 < y < 2 \wedge \neg(3 \leq x \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq 1)$$

käännä

- (b) Kahvipaketin hinta on 5,00 € ja se nousee kaksi senttiä päivässä. Opiskelijalla on rahaa 3,20 € ja hän säästää lisää viisi senttiä päivässä. Nykyhetki on $t = 0$ ja $t:n$ yksikkö on päivä. Kirjoita lauseke, joka esittää kahvipaketin hinnan sentteinä ajan funktiona. Kirjoita yhtälö, joka kertoo milloin opiskelijan rahat juuri ja juuri riittävät kahvipakettiin. Kuinka monen päivän päästä opiskelija pystyy ostamaan kahvipaketin?

$$500 + 2t$$

$$500 + 2t = 320 + 5t$$

$$60$$

loppu