

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota.

1. (a) Piirrä lausekkeen $3x^{-1-2n-0}$ lausekepuu.
 (b) Kuinka paljon on $1316^{3632} \bmod 13$? Näytä ainakin kaksi järkevää välivaihetta.
 (c) Perustele $\frac{9}{|2-x|+3} > 2 \Leftrightarrow 9 > 2(|2-x|+3)$.
2. Tarkoittakoon L että logiikka on kivaa, M että matematiikka on kivaa ja O että ohjelmointi on kivaa. Ilmaise seuraavat logiikan merkinnöillä.
 (a) Ohjelmointi on kivaa, mutta matematiikka ja logiikka eivät ole.
 (b) Matematiikka tai ohjelmointi on kivaa jos ja vain jos logiikka on kivaa.

Sievennä seuraavat. Näytä kummallekin ainakin yksi järkevä välivaihe tai muu perustelu.

- (c) $P \wedge (Q \vee R) \vee \neg Q$ (d) $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$

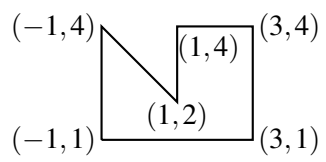
Mitkä seuraavista päättelyaskelista ovat päteviä? Perustele vastauksesi.

- (e) $x < -2 \Rightarrow |x| \geq 1$ (f) $x = 0 \wedge x = 1 \Rightarrow x = 2$
3. (a) Olkoot σ ja ρ merkkijonoja, ja $|\sigma|$ on σ :n pituus. Kuinka paljon on $|\epsilon|$? Kuinka paljon on $|\sigma\rho|$?
 (b) Perustele tai anna vastaesimerkki sille, että aina $\sigma\rho = \rho\sigma$, ja sille, että aina $\sigma\epsilon = \epsilon\sigma$.
 (c) Olkoot $X ::= AB$ $A ::= ka \mid kana$ $B ::= \epsilon \mid la \mid na$ Luettele X :n tuottamat merkkijonot. Kuinka monta erilaista niitä on?
 (d) Olkoon $Y ::= a \mid bYc$. Luettele Y :n tuottamat merkkijonot. Kuinka monta erilaista niitä on?
 (ef) Luonnollisia lukuja ovat $0, 1, 2, \dots$. Turha etunolla on luvun alussa oleva 0, paitsi jos se on luvun ainoa merkki. Esimerkiksi 0 ja 30 eivät sisällä turhia etunollia, mutta 00 ja 030 sisältävät. Kirjoita BNF-määritelmä luonnollisille luvuille ilman turhia etunollia.

4. Taulukko $T[1 \dots n]$ indeksoidaan 1:stä n :ään.

- (a) Esitä kaavana: Jossakin kohdassa T :tä on kolmonen.
 (b) Esitä kaavana: Täsmälleen yhdessä kohdassa T :tä on kolmonen.

(c) Kirjoita kaava, jonka toteuttavat täsmälleen ne x ja y , joille piste (x, y) on kuvassa olevan viivan sisäpuolella. Kuvassa on annettu kärkipisteet muodossa (x, y) . Niitten väliset osuudet ovat suoria. Jos on liian vaikea, niin oikaise $(-1, 4)$:stä suoraan $(1, 4)$:ään (eikä $(1, 2)$:n kautta).



5. Oletetaan, että taulukko $T[1 \dots n]$ on kasvavassa suuruusjärjestyksessä ja x on siinä jossain kohdassa. Oheisen algoritmin pitäisi löytää x :n paikka T :ssä, mutta siinä on virhe. Missä muuttujassa vastaus on? Mikä virhe algoritmissa on ja mitä pahaa se saa aikaan? Ehdota virheelle korjaus ja perustele korjauksesi. Merkintä $\lfloor x \rfloor$ tarkoittaa x pyöristettynä alas lähimpään kokonaislukuun. Vihje: virheen saa ilmenevän kahden alkion taulukolla.

```

a := 1; y := n + 1
while a < y do
    v := ⌊ (a + y) / 2 ⌋
    if T[v] < x then a := v
    else y := v
    
```

loppu