

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota.

1. (a) Piirrä lausekkeen $\frac{|x|+3x+2}{x+1}$ lausekepuu.
- (b) Ratkaise $\frac{|x|+3x+2}{x+1} < 3$. Näytä ainakin kaksi järkevää välivaihetta.
- (c) Nolla astetta Celsiusta on sama lämpötila kuin 32 astetta Fahrenheitia. -40 astetta Celsiusta on sama lämpötila kuin -40 astetta Fahrenheitia. Näiden lämpötilasteikkojen välinen yhteys on muotoa $C = aF + b$. Johda vakioiden a ja b arvot muodostamalla yhtälöryhmä ja ratkaisemalla se.
2. Tarkoittakoon J että Jyväskylä on hyvä kaupunki, K että Kuopio on hyvä kaupunki ja V että Vaasa on hyvä kaupunki. Esitä seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.
 - (a1) Jyväskylä, Vaasa ja Kuopio ovat hyviä kaupunkeja.
 - (a2) Ainakin yksi näistä kolmesta kaupungista on hyvä.
 - (a3) Jos Kuopio on huono, niin Jyväskylä ei ole huono.
 - (a4) Kuopio ja Vaasa ovat samanarvoisia (ts. molemmat hyviä tai molemmat huonoja).

Sievennä seuraavat kaavat mahdollisimman lyhyeen muotoon, jossa ei esiinny \rightarrow eikä \leftrightarrow .

- (b) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow P)$
- (c) $n \leq 3 \wedge m > 7 \vee \neg(m < n \vee n = m)$
3. Kirjoita BNF-määritelmät seuraaville kielille. Muuttujat n ja m saavat arvonsa luonnollisista luvuista $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.
 - (a) $A = \{a^n b^n \mid \} = \{\epsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen sama määrä b :tä.
 - (b) $B = \{a^n b^m \mid n > m\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen vähemmän b :tä.
 - (c) $C = \{a^n b^m \mid n \neq m\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen eri määrä b :tä.
4. Taulukko A indeksoidaan $1, \dots, n$.
 - (a) Anna esimerkki taulukosta jolle pätee $\forall i; 1 \leq i < n : \exists j; 1 \leq j \leq n : A[j] < A[i]$ ja anna esimerkki taulukosta jolle se ei päde. Perustele kumpikin esimerkki lyhyesti.
 - (b) Kirjoita kaava, joka sanoo että A :n kaikki alkiot ovat keskenään erisuuret.
 - (c) Kirjoita kaava, joka sanoo että i on laillinen indeksi, ja siinä oleva alkio on vähintään yhtä suuri kuin ainakin yksi sitä edeltävä alkio.
5. Oletetaan, että $n \in \mathbb{N}$ ja $m \in \mathbb{N}$. Tarkastellaan oheista ohjelmaa.

1	$r := n$
2	$q := 0$
3	while $r \geq m$ do
4	$r := r - m$
5	$q := q + 1$

 - (a) Aina rivin 3 alussa pätee $n = \dots$, missä \dots ei sisällä n :ää (mutta saa sisältää m , q ja/tai r). Kirjoita \dots ja perustele, että se pätee aina rivin 3 alussa.
 - (b) Anna välttämätön ja riittävä syötettä koskeva ehto sille, että ohjelma lopettaa. Perustele, että jos ehto pätee niin ohjelma lopettaa, ja jos ehto ei päde niin ohjelma ei lopeta.
 - (c) Minkä tutun asian ohjelma laskee? Millä välillä r on ohjelman lopetettua?

loppu