

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastataan tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota. Kun pyydetään perustelua, älä kirjoita kovin pitkä; yleensä yksi tai kaksi riviä riittää.

1. Piirrä seuraavien lausekkeiden tai väittämien lausekepuut.

(a)  $3x^{-1-2n-0}$

(b)  $\neg(a = b) \wedge a \leq b \leftrightarrow a < b$

2. Propositio  $K$  tarkoittaa ”otan kahvia”,  $T$  ”otan teetä”,  $S$  ”otan sokeria” ja  $P$  ”otan pullaa”. Kirjoita seuraavat väittämät.

(a) Otan teetä ilman sokeria.

(b) Otan kahvia tai teetä, mutta en molempia.

(c) Jos otan kahvia, otan myös pullaa.

Sievennä seuraavat propositiologiikan kaavat.

(d)  $Q \wedge \neg(P \wedge Q)$

(e)  $\neg(P \rightarrow \neg P)$

(f)  $P \wedge Q \leftrightarrow P \wedge \neg Q$

3. Suomennä seuraavat taulukosta  $A[1 \dots n]$  puhuvat väittämät. Pyri ymmärrettävään kieleen. Esim. väittämälle  $\forall i; 1 \leq i < n : A[i] \leq A[i+1]$  vastaus ”jokaisella  $i$ , joka on vähintään 1 ja vähemmän kuin  $n$ , pätee että  $A[i]$  on pienempi tai yhtäsuuri kuin  $A[i+1]$ ” ei tuota pisteitä, mutta vastaus ” $A$  on kasvavassa suuruusjärjestyksessä” tuottaa täydet pisteet.

(a)  $\forall i; 1 \leq i \leq n : \forall j; 1 \leq j \leq n : A[i] = A[j]$

(b)  $\forall i; 1 \leq i \leq n : A[i] = A[n+1-i]$

(c)  $\exists i : \exists j : \exists k : 1 \leq i \leq j < k \leq n : A[i] = A[j] = A[k] = x$

4. Oletetaan, että taulukko  $T[1 \dots n]$  on kasvavassa suuruusjärjestyksessä ja  $x$  on siinä jossain kohdassa. Seuraavan algoritmin pitäisi löytää  $x$ :n paikka  $T$ :ssä, mutta siinä on virhe. Kerro, missä muuttujassa vastaus on, miten algoritmin pitäisi toimia, mikä virhe siinä on ja mitä pahaa virhe saa aikaan. Merkintä  $\lfloor x \rfloor$  tarkoittaa  $x$  pyöristettynä alas lähimpään kokonaislukuun.

$a := 1; y := n + 1$

**while**  $a < y$  **do**

$v := \lfloor \frac{a+y}{2} \rfloor$

**if**  $T[v] < x$  **then**  $a := v$

**else**  $y := v$

5. (a) (1 piste) Mitä tarkoittaa oikealle sitova (eli right associative) operaattori?

(b) (1 piste) Mitä tarkoittavat numeroituva ja ylinumeroituva joukko?

(c) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee.

**loppu**