

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastataan tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota. Kun pyydetään perustelua, älä kirjoita kovin pitkää; yleensä yksi tai kaksi riviä riittää.

1. Piirrä seuraavien lausekkeiden tai väittämien lausekepuut.

(a)  $1 + 2x + \sqrt[3]{-x}$

(b)  $\frac{2x}{3} = 2\frac{x}{3} \geq |x|$

2. Sievennä seuraavat propositiologiikan kaavat.

(a)  $\neg P \rightarrow P$

(b)  $\neg(P \wedge Q \vee \neg P)$

Mitkä seuraavista päättelyaskelista ovat päteviä? Vastaa K (= kyllä) tai E (= ei) ja perustele.

(c)  $x < 3 \Rightarrow x \neq 1$

(d)  $x > 3 \Rightarrow x \neq 1$

(e)  $x = x + 1 \Rightarrow x = 7$

(f)  $P \vee Q \Rightarrow P \wedge Q$

3. Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia luonnollisille luvuille  $\mathbb{N}$ ? Vastaa K tai E, ja perustele esim. suomentamalla väite tai antamalla vastaesimerkki.

(a)  $\forall x : \exists y : y \geq x$

(b)  $\exists x : \forall y : y \geq x$

(c)  $\forall x : \forall y : y \leq x \vee \exists z : x < z < y$

Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia reaaliluvuille  $\mathbb{R}$ ? Vastaa K tai E ja perustele.

(d)  $\forall x : \exists y : y \geq x$

(e)  $\exists x : \forall y : y \geq x$

(f)  $\forall x : \forall y : y \leq x \vee \exists z : x < z < y$

4. Esitä seuraavat taulukosta  $A[1 \dots n]$  puhuvat väittämät predikaatteina.

(a) Jokin alkio on pienempi kuin 2.

(b) Kaikki alkiot ovat keskenään erisuuria.

(c) Kohdassa  $i$  oleva alkio on yhtäsuuri kuin jokin muu alkio.

5. (a) (1 piste) Mitä tarkoittaa  $A \subseteq B$ ?

(b) (1 piste) Mitä tarkoittaa  $\mathbb{Z}^+$ ?

(c) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee.

**loppu**