

Vastaa osaan kysymyksistä tälle paperille ja osaan erilliselle paperille. Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Perusteluissa riittää tärkeimmät asiat. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää.

A tarkoittaa, että aurinko paistaa. L tarkoittaa, että luen tenttiin. K tarkoittaa, että lähden kävelyille. Ilmaise seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

1. Aurinko paistaa mutta en lähde kävelyille. $A \wedge \neg K$ _____
2. Lähden kävelyille tai luen tenttiin (tai sekä että). $K \vee L$ _____
3. Lähden kävelyille tai luen tenttiin, mutta ei sekä että. $(K \vee L) \wedge \neg(K \wedge L)$ _____

Sievennä seuraavat kaavat mahdollisimman lyhyeen muotoon. (Huom! T on ”tosi”.)

4. $\neg T \vee (Q \vee T) \wedge R \Leftrightarrow R$ _____
5. $\neg P \vee (Q \vee P) \wedge R \Leftrightarrow \neg P \vee R$ _____
6. $\neg(x = y \vee y < x) \wedge (x \leq 8 \vee y > 5) \Leftrightarrow x < y \wedge (x \leq 8 \vee y > 5) \Leftrightarrow x < y$ _____

Mitkä seuraavista kokonaislukuja koskevista päättelyaskelista ovat päteviä? Anna epäpäteville vastaesimerkki ja päteville lyhyt perustelu.

7. $nm > 0 \Rightarrow n > 0$ _____
Ei, koska jos $n = m = -1$, niin $nm = 1 > 0$ mutta ei $n > 0$. _____
8. $n < m \leq n + 1 \Rightarrow m = n + 1$ On, koska lukua n suuremmat kokonaisluvut _____
ovat $n + 1, n + 2, \dots$, ja niistä vain $n + 1$ toteuttaa ehdon $m \leq n + 1$. _____
9. $n^2 < 0 \Rightarrow 0n = 3$ _____
On, koska vasen puoli on aina epätosi. _____

Kirjoita seuraavat taulukosta $A[1 \dots n]$ puhuvat kaavat.

10. Jokin alkio on edellistä alkioita suurempi. $\exists i; 2 \leq i \leq n : A[i] > A[i - 1]$ _____
11. Kaikki alkioita ovat keskenään erisuuret. $\forall i; \forall j; 1 \leq i < j \leq n : A[i] \neq A[j]$ _____
12. Kohdassa i oleva alkio on muita suurempi. _____
 $1 \leq i \leq n \wedge \forall j; 1 \leq j \leq n : i = j \vee A[i] > A[j]$ _____
13. Suurin taulukossa esiintyvä luku on 8. _____
 $\exists i; 1 \leq i \leq n : A[i] = 8 \wedge \forall j; 1 \leq j \leq n : A[j] \leq 8$ _____

Sekalaisia kysymyksiä

14. Miten avoimet kaavat eroavat suljetuista kaavoista? _____
Avoimessa kaavassa on ainakin yksi vapaa muuttuja. _____
15. Kerro jokin ensimmäisen ja toisen kertaluvun logiikan ero. _____
Ensimmäisessä kertaluvussa päättely on täydellistä, mutta ei toisessa. _____

Käännä!

Eräässä teoriassa on seuraavat aksioomat. Ne pätevät jokaisella x ja y .

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| 1. $S(x) \neq 0$ | 3. $x + 0 = x$ | 5. $x \cdot 0 = 0$ |
| 2. $S(x) \neq S(y) \vee x = y$ | 4. $x + S(y) = S(x + y)$ | 6. $x \cdot S(y) = x + x \cdot y$ |

16. Sievennä $S(S(S(0))) + S(0)$ muotoon, jossa $+$ ja \cdot eivät esiinny. _____
 $S(S(S(0))) + S(0) = S(S(S(S(0)))) + 0 = S(S(S(S(0))))$ _____

17. Kerro edellisen vastauksesi ensimmäisestä sievennysaskeleesta, mitä aksioomista 1, ..., 6 käytit, mikä oli x :n tilalla ja mikä oli y :n tilalla. _____

4. $x = S(S(S(0)))$ $y = 0$ _____

18&19. Osoita, että $x \cdot S(S(0)) = x + x$. Kerro, mitä aksioomia käytit (mutta älä kerro, mitä oli x :n ja y :n tilalla). _____

$x \cdot S(S(0)) = x + x \cdot S(0) = x + (x + x \cdot 0) = x + (x + 0) = x + x$ Käytin 6, 6, 5 ja 3. _____

Sekalaisia kysymyksiä

20&21. Lentopallon erä loppuu, kun toisella joukkueella on ainakin 25 pistettä ja ainakin 2 pistettä enemmän kuin toisella. Siksi esimerkiksi tilanne 35–28 ei ole mahdollinen, mutta 15–8 on. Pistemäärät ovat muuttujissa p ja q . Kirjoita kaava, joka sanoo, että tilanne on mahdollinen.

$0 \leq p \leq 25 \wedge 0 \leq q \leq 25 \vee 0 \leq q - 2 \leq p \leq q + 2$ _____

22&23. Ratkaise $2|x - 3| \leq x$ käyttäen merkintöjä \wedge , \vee , \Leftrightarrow , \Rightarrow jne. kuten kurssilla on opetettu. Kirjoita vastaus eri paperille.

$x - 3 < 0 \wedge -2(x - 3) \leq x \vee x - 3 \geq 0 \wedge 2(x - 3) \leq x$

Tapaus 1: $x - 3 < 0 \wedge -2(x - 3) \leq x \Leftrightarrow x < 3 \wedge 6 \leq 3x \Leftrightarrow 2 \leq x < 3$

Tapaus 2: $x - 3 \geq 0 \wedge 2(x - 3) \leq x \Leftrightarrow x \geq 3 \wedge x \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 6$

Yhteensä $2 \leq x < 3 \vee 3 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 6$

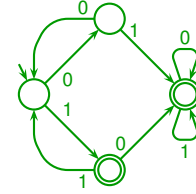
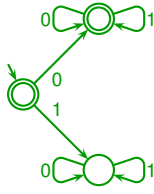
24&25. Kirjoita eri paperille ohjelma, joka saa syötteen taulukon $A[0 \dots n - 1]$ ja kertoo, päteekö $\exists i; 0 \leq i < n : \exists j; 0 \leq j < n : A[i] + A[j] = 7$.

```
for( i = 0; i < n; ++i ){
    for( j = 0; j < n; ++j ){
        if( A[i] + A[j] == 7 ){ return true; }
    }
}
return false;
```

26&27. Kirjoita eri paperille edellisen tehtävän vastausta selvästi nopeampi ohjelma, joka saa syötteen kasvavassa suuruusjärjestyksessä olevan taulukon $A[0 \dots n - 1]$ ja kertoo, päteekö $\exists i; 0 \leq i < n : \exists j; 0 \leq j < n : A[i] + A[j] = 7$. Kannattaa tutkia A :ta molemmista päistä alkaen.

```
i = 0; j = n-1;
while( i < j ){
    if( A[i] + A[j] == 7 ){ return true; }
    if( A[i] + A[j] < 7 ){ ++i; }else{ --j; }
}
return false;
```

28. Piirrä alle pystyviivan vasemmalle puolelle DFA, joka esittää kaavaa $x \geq 0$.



29. Piirrä ylle pystyviivan oikealle puolelle DFA, joka esittää kaavaa $x \neq y$.

30. Mitä asiaa haluaisit kurssille lisää, ja mitä voitaisiin jättää pois? _____

loppu