

# Rahoitusteorian jatkokurssi

## Harjoitus 5

Maanantai 22.4.2013

MaA 203, klo 12.15

1. [H2/T6 c), rästissä] Olkoon  $W = (W_t)_{t \in [0, T]}$  standardi Brownin liike ja  $\sigma, \mu \in \mathbb{R}$ . Ratkaise

$$dX_t = \mu dt + \sigma X_t dW_t.$$

2. Olkoon  $W = (W_t)_{t \in [0, T]}$  standardi Brownin liike ja (deterministiset) funktiot  $g : [0, \infty[ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sekä  $\sigma : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  jatkuvia. Ratkaise

$$dX_t = g(t, X_t) dt + \sigma(t) X_t dW_t.$$

Ks. Øksendal: SDE's, s. 81, tehtävä 5.16

---

Tarkastellaan Black-Scholes -mallia aikariippuvilla parametreilla:

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, T, (\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}, (S_t^0)_{t \in [0, T]}, (S_t)_{t \in [0, T]}),$$

missä  $r = r(t) \geq 0$ ,  $\sigma = \sigma(t) > c > 0$  ja  $\mu = \mu(r)$  ovat jatkuvia, deterministisiä funktioita,  $T > 0$  sekä

$$dS_t^0 = r(t) S_t^0 dt \text{ ja } dS_t = S_t(\mu(t) dt + \sigma(t) dW_t).$$

3. Laske eurooppalaisen myyntioption  $h = (K - S_T)^+$  tasapuolinen hinta hetkellä  $t = t_0 \in [0, T]$ .
4. Laske eurooppalaisen myyntioption  $h = (K - S_T)^+$  suojausstrategia ( $\Delta$ -suojaus).

---

Tutkitaan tavallista Black-Scholes -mallia parametreilla

$T = 10$ ,  $r = 0,05$ ,  $\sigma = 0,1$ ,  $\mu = 0,1$  ja  $S_0 = 100$

ja optioita

- eurooppalainen osto-optio, lunastushinta  $K = 102$ :

$$h_1 = (S_T - K)^+$$

- eurooppalainen binäärioptio,  $K = 102$ :

$$h_2 = 1, \text{ jos } S_T \geq K \text{ ja muutoin } 0.$$

Laske optioiden hinnat hetkellä  $t = 0$  laskemalla odotusarvo

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(\tilde{h})$$

Monte-Carlo -menetelmällä ja vertaa saamiasi tuloksia analyttisiin tuloksiin.