

## MATY010 Matematiikan propedeuttinen kurssi, kuvitteellinen kurssitentti malliksi

Tehtäviä on viisi, joista jokaisesta voi saada 0–6 pistettä. Suoritus hyväksytään, jos kurssitenttin ja harjoitushyvitysten yhteispistemäärä on vähintään 15, joista kurssitenttin pistemäärä on vähintään 12.

Laskinta ei saa käyttää. Kääntöpuolelta ja/tai erilliseltä paperilta löytyviä kaavoja saa käyttää.

- 
1. (a) Ratkaise yhtälöt  $4x - 3 = 4x(x + 3)$  ja  $3(2y + 1) = 2(3y + 1)$  sekä epäyhtälö  $\frac{z}{3} - 2 \leq \frac{2z + 1}{6}$ .
  - (b) Ratkaise yhtälö  $\frac{2x^2}{x} = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ .
  2. (a) Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion  $h(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x$  arvo on positiivinen tai nolla?
  - (b) Laske lausekkeen  $\log_a(x \cdot y^2) + \log_a\left(\frac{a^3}{x^2}\right)$  arvo, kun tiedetään, että  $\log_a x = 4$  ja  $\log_a y = 3$ .
  - (c) Ratkaise  $x$  yhtälöstä  $\sin(2x) = 1$ . Kuinka monta ratkaisua yhtälöllä on? Kuinka moni ratkaisusta on välillä  $[0, 2\pi]$ ?
  3. Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Perustele vastauksesi.
    - (a) Jokaisella toisen asteen polynomifunktiolla on kaksi nollakohtaa.
    - (b) Suorat  $y = -x + 3$  ja  $2x + 2y - 1 = 0$  ovat yhdensuuntaiset.
    - (c) Jos ympyrän keskipiste on  $(2, -1)$  ja piste  $(0, 0)$  on ympyrällä, niin ympyrän säde on  $\sqrt{3}$ .
    - (d) Funktio  $F(x) = 2x(x - 1) + 5$  on funktion  $f(x) = 4x - 2$  integraalifunktio.
  4. (a) Määritä funktion  $f(x) = \sqrt{x + 1} + 2$  kuvaajalle kohtaan  $x = 3$  piirretyn tangenttisuoran yhtälö.
  - (b) Derivoi funktiot  $f(x) = x^3 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  ja  $g(x) = 2x^2 \cos(2x)$ .
  - (c) Selvitä funktion  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x + 6$  pienin ja suurin arvo välillä  $[-5, 0]$ .
  5. (a) Laske  $\int \left(x^2 - \frac{1}{x^2} + 2 \sin x\right) dx$  ja  $\int_0^1 (3e^x + \sqrt[3]{x}) dx$ .
  - (b) Selvitä funktion  $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$  kuvaajan ja  $x$ -akselin rajaaman rajoitetun alueen pinta-ala.

Binomit:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Toisen asteen yhtälö:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Potenssi:

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad (n \text{ kpl})$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Logaritmi:

$$a^x = b \iff x = \log_a b$$

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^y) = y \cdot \log_a x$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$\lg x = \log_{10} x$$

Trigonometria:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Derivointi:

$$D(c) = 0$$

$$D(cf(x)) = cf'(x)$$

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

$$D(f(g(x))) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$D(x^a) = ax^{a-1}, \quad a \neq 0$$

$$D(\cos x) = -\sin x$$

$$D(\sin x) = \cos x$$

$$D(\tan x) = 1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$D(e^x) = e^x$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$$

Integrointi:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Analyttinen geometria:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = kx + b$$

$$ax + by + c = 0$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$x^2 + ax + by + c = 0$$

$$y^2 + ax + by + c = 0$$