

**MATY010 Matematiikan propedeuttinen kurssi,**  
kurssitentti 27.11.2019

Tehtäviä on viisi, joista jokaisesta voi saada 0–6 pistettä. Suoritus hyväksytään, jos kurssitenttin ja harjoitushyvitysten yhteispistemäärä on vähintään 15, joista kurssitenttin pistemäärä on vähintään 12.

Laskinta ei saa käyttää. Kääntöpuolelta ja/tai erilliseltä paperilta löytyviä kaavoja saa käyttää.

- 
1. (a) Sievennä lausekkeet  $\frac{2^5 \cdot 2^k}{2^{k+2}} (2^{-2})^2$  ja  $x^{\frac{5}{6}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x} \cdot x}$  mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.  
(b) Ratkaise yhtälö  $(1 - 3x)(x + 4) = -2(x - 5)$ .  
(c) Laske  $f(\ln(2))$ , kun  $f(x) = e^{3x} - e^{2x}$ . Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktio  $f$  on määritelty?
  2. (a) Ratkaise epäyhtälö  $(x^2 - 1)(x^2 + 2)(x - 3) \geq 0$ .  
(b) Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion  $f(x) = \frac{x}{1 - x}$  arvo on suurempi tai yhtäsuuri kuin funktion  $g(x) = 3x$  arvo?
  3. (a) Laske  $f'(x)$  ja  $f'(0)$ , kun  $f(x) = 27x^{10} + 11x^2 - 20x + 19$ .  
(b) Etsi se funktion  $g(x) = e^{2x}$  integraalifunktio  $G$ , jolle  $G(0) = -1$ .  
(c) Esittäkö yhtälö  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4 = 0$  ympyrää?
  4. (a) Selvitä funktion  $f(x) = \sin(2x)$  kuvaajalle kohtaan  $x = \frac{\pi}{4}$  piirretyn tangenttisuoran yhtälö.  
(b) Selvitä funktioiden  $g(x) = 3x - x^2$  ja  $h(x) = 2x^3 - x^2 - 5x$  kuvaajien rajaaman rajoitetun kuvion pinta-ala. Kuinka monesta osasta alue koostuu?
  5. (a) Määritä se toisen asteen polynomi, joka saa pisteissä  $x = 0$ ,  $x = 1$  ja  $x = 2$  samat arvot kuin funktio  $f(x) = 2^x$ .  
(b) Määritä funktion  $(x^2 - x - 5)e^{-x}$  suurin ja pienin arvo, kun  $x \geq 0$ .

Binomit:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Toisen asteen yhtälö:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Potenssi:

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad (n \text{ kpl})$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Logaritmi:

$$a^x = b \iff x = \log_a b$$

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^y) = y \cdot \log_a x$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$\lg x = \log_{10} x$$

Trigonometria:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Derivointi:

$$D(c) = 0$$

$$D(cf(x)) = cf'(x)$$

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

$$D(f(g(x))) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$D(x^a) = ax^{a-1}, \quad a \neq 0$$

$$D(\cos x) = -\sin x$$

$$D(\sin x) = \cos x$$

$$D(\tan x) = 1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$D(e^x) = e^x$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$$

Integrointi:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Analyttinen geometria:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = kx + b$$

$$ax + by + c = 0$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$x^2 + ax + by + c = 0$$

$$y^2 + ax + by + c = 0$$