

Harjoitus 9

- Suora kulkee pisteiden P ja Q kautta. Selvitä, jos mahdollista, suoran kulmakerroin sekä onko suora nouseva, laskeva vai x - tai y -akselin suuntainen.
 - $P = (-3, 5)$, $Q = (1, 9)$
 - $P = (13, -7)$, $Q = (-3, -7)$
 - $P = (1, 3)$, $Q = (5, -3)$
 - $P = (8, -3)$, $Q = (8, 12)$
- Kirjoita pisteen P kautta kulkevan suoran yhtälö ja sievennä se muuttujan y suhteen ratkaistuun muotoon, jossa ei esiinny sulkeita. Lopuksi piirrä suora koordinaatistoon ja varmista, että osaat piirtää suoran sekä alkuperäisten tietojen perusteella (mitä lasket lisäksi?) että laskemastasi yhtälöstä.
 - $P = (4, 3)$, $k = 2$
 - $P = (4, 0)$, $k = -3$
 - $P = (0, -2)$, $k = \frac{3}{4}$
 - $P = (-3, 2)$, $k = -\frac{2}{3}$
- Muodosta yhtälö suoralle, joka kulkee pisteen $(3, -1)$ kautta ja on y -akselin suuntainen.
 - Kirjoita tehtävän 1 suorien yhtälöt. Merkitse näkyviin tiedot, joiden perusteella muodostit yhtälön.
 - Suora kulkee pisteiden $P = (-3, 1)$ ja $Q = (4, -2)$ kautta. Missä pisteissä suora leikkaa koordinaattiakselit?
 - Onko piste $(150, -450)$ suoralla, joka kulkee pisteen $(-1, 2)$ kautta kulmakertoimella -3 ?
- Ovatko suorat $2x - 3y + 5 = 0$ ja $2x + y + 1 = 0$ yhdensuuntaiset?
 - Kirjoita yhtälö suoralle, joka
 - on yhdensuuntainen suoran $y = x$ kanssa ja kulkee pisteen $(-4, 7)$ kautta,
 - on yhdensuuntainen suoran $x = 3$ kanssa ja kulkee pisteen $(\sqrt{2}, 5)$ kautta,
 - leikkaa kohtisuorasti suoran $y = 4x - 1$ pisteessä $(3, 11)$,
 - on kohtisuorassa suoraa $y = \sqrt{2}x - 1$ vastaan ja kulkee pisteen $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ kautta.
 - Millä vakion a arvoilla suorat $y = (a+2)x+b$ ja $y = (1-a)x+b$ ovat yhdensuuntaiset? Entä millä kohtisuorassa toisiaan vastaan?
- Määritä suorien $y = \frac{x}{2} - 1$ ja $y = -2x + 4$ leikkauspiste.
 - Määritä suorien $2x + 3y = 7$ ja $3x - 2y = 4$ leikkauspisteet. Kuinka monta leikkauspistettä suorilla on?
 - Selvitä suorien $y = -4x - 3$ ja $8x + 2y + 6 = 0$ leikkauspisteet. Kuinka monta leikkauspistettä suorilla on?

6. (a) Laske pisteiden välinen etäisyys, kun pisteet ovat I: $(2, 10)$ ja $(-13, 15)$, II: $(0, 0)$ ja $(1, 1)$, III: $(4, 2)$ ja $(-3, 2)$ sekä IV: $(3, -1)$ ja $(2, 1)$.
- (b) Ympyrän keskipiste on $(0, 0)$ ja piste $(1, 1)$ on ympyrällä. Mikä on ympyrän yhtälö?
- (c) Ympyrän keskipiste on $(3, -1)$ ja piste $(2, 1)$ on ympyrällä. Mikä on ympyrän yhtälö?
7. (a) Selvitä, onko
- piste $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{12}\right)$ suoralla $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$
 - piste $(4, 3)$ suoralla $y = 4$
 - piste $(\sqrt{2} - 1, 1)$ suoralla $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$
 - piste $(\sqrt{2}, 1)$ ympyrällä $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
 - piste $\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{5}}, 2 - \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$ ympyrällä $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$
- (b) Piirrä koordinaatistoon yhtälöiden ratkaisujoukot. I: $2y - x = 3$, II: $x + y = y - 2$, III: $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$, IV: $x^2 + y^2 = 4$, V: $(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 2)^2 = 0$
8. (a) Mitkä seuraavista ovat ympyrän yhtälöitä? Selvitä ympyröiden keskipisteet ja säteet.
- $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 14 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x - y + 1 = 0$
- (b) Selvitä suoran $y = 2x - 1$ ja ympyrän $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 7$ leikkauspisteet.
- (c) Piirrä koordinaatistoon epäyhtälön ratkaisujoukko. I: $2x + y - 1 < 0$ II: $x^2 + y^2 > 4$
9. (a) Kassassa on euron ja kahden euron kolikoita. Kolikoita on yhteensä 41 kappaletta. Kirjanpidon mukaan kassassa on rahaa yhteensä 68 euroa. Selvitä euron ja kahden euron kolikoiden lukumäärä.
- (b) Isä sanoo tyttärelleen: "Seitsemän vuotta sitten ikäni oli seitsemän kertaa sinun ikäsi. Kolmen vuoden kuluttua ikäni on kolme kertaa sinun ikäsi." Kuinka vanhoja isä ja tytär ovat nyt?
- (c) Pisteet $(3, 2)$ ja $(-5, 2)$ sijaitsevat samalla ympyrällä täsmälleen vastakkaisilla puolilla keskipisteeseen nähden. Selvitä tämän ympyrän yhtälö.
- (d) Suorat $x - 5 = 0$, $y - 3 = 0$ ja $2x + 5y - 15 = 0$ rajaavat kolmion. Määritä kolmion kärkipisteet ja pinta-ala.
10. (a) Määritä yhtälö tai epäyhtälö tai -pari, joka kuvaa annettua joukkoa tasossa¹.
- Paraabelin $y = x^2$ ja suoran $y = x + 1$ väliin jäävä rajoitettu alue.
 - Sen ympyrän sisään jäävä alue, jonka keskipiste on (a, b) ja säde 2.
 - Suorien $x - y - 1 = 0$ ja $2x + 3y - 12 = 0$ sekä x -akselin rajaama kolmio.
- (b) Mitkä paraabelin $x = -y^2 + 3$ pisteet ovat etäisyydellä 5 pisteestä $(-2, 0)$?

Lisätehtävät

11. (a) Osoita, että suorat $y + 1 = 0$, $x - y - 4 = 0$ ja $x + 3y = 0$ leikkaavat toisensa samassa pisteessä. Mikä tämä piste on?
- (b) Mitkä suoran $y = 3x - 5$ pisteistä ovat täsmälleen yhtä etäällä x - ja y -akseleista?
- (c) Käyrän yhtälö on $|2x - y| = |3x + 2y|$. Minkä kahden suoran pisteistä käyrä koostuu? Perustelee.

¹Vinkki: kannattaa piirtää kuva.