

Harjoitus 2

1. Päättele tai laske. Kirjoita näkyviin, miten päädyit tulokseen.

- (a) Minkä arvon lauseke $-4x + 1$ saa, kun $x = -3$?
- (b) Millä muuttujan x arvolla lauseke $-4x + 1$ saa arvon 9?
- (c) Millä muuttujan x arvolla lausekkeet $-4x + 1$ ja $x - 4$ saavat saman arvon?

2. Tarkastellaan funktiota $f(x) = 2x - 7$.

- (a) Laske $f(1)$, funktion f arvo kohdassa nolla sekä funktion f nollakohta.
- (b) Onko piste $(2, 3)$ funktion kuvaajalla? Entä piste $(5, 3)$? Perustele piirtämättä kuvaajaa.
- (c) Piirrä funktion f kuvaaja. Miten edellisten kohtien tulokset näkyvät kuvassa?

3. (a) Määritä kuvaajaa piirtämättä pisteet, joissa funktion $f(x) = -2x + 3$ kuvaaja leikkaa x -akselin, y -akselin ja funktion $g(x) = x - 2$ kuvaajan. Sen jälkeen piirrä kuvaajat ja merkitse tiedot kuvaan.

- (b) Etsi jokin ensimmäisen asteen polynomifunktio, jonka kuvaaja leikkaa x -akselin pisteessä $(5, 0)$. Piirrä funktiosi kuvaaja.

4. Piirrä funktion kuvaaja koneella ja vastaa seuraaviin kysymyksiin tarvittaessa vain kuvan perusteella: 1) Mikä on funktion (laajin mahdollinen) määrittelyjoukko? 2) Mikä on funktion arvojoukko? 3) Onko funktiolla nollakohtia? Jos on, mitkä? 4) Missä funktion arvo on positiivinen, missä negatiivinen?

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = \frac{2x}{3}, \quad h(x) = \frac{x-2}{x+3}, \quad r(x) = \sqrt[3]{x+2}, \quad s(x) = \sqrt{x-5} - 1$$

+ *Lisäkysymys*: mihin kysymyksiin vastaus jäi kuvaajasta katsomisen varaan, ja mitkä osaisit selvittää/perustella aiempien opintojen pohjalta tarkemminkin?

5. Ratkaise yhtälö¹ tai epäyhtälö. Epäyhtälön tapauksessa merkitse ratkaisu lisäksi lukusuoralle.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \frac{2x+3}{4} = 5 & \text{(b)} \frac{4x-1}{5} = \frac{x+1}{2} + \frac{3-x}{4} & \text{(c)} 3(2x+1) = 2(3x+1) \\ \text{(d)} 3(x+2) < 2(x+5) & \text{(e)} 2x-3 < 5x+2 & \text{(f)} 2(x-5) \leq 3(2+x) - x \end{array}$$

¹Kohta (b) on syksyn 2011 pitkän matematiikan ylioppilaskokeen tehtävän 1 kohta c.

6. Ratkaise yhtälö.

(a) $x^2+3x-10=0$ (b) $x^2=6-x$ (c) $x(3x-2)=1$ (d) $(x-5)(x+5)=10(x-5)$

7. Valitse kullekin yhtälölle mielestäsi sopivin (vähiten työläs) ratkaisumenetelmä seuraavista: toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan käyttö, tulon nollasääntö (mahdollisen muokkauksen jälkeen), ratkaisu neliöjuuren avulla (mahdollisen muokkauksen jälkeen). Ratkaise yhtälö valitsemallasi menetelmällä.

(a) $x^2-49=0$ (b) $x^2-x=0$ (c) $3x^2-8x+5=0$ (d) $5x^2-10x=0$

8. Määritä laskemalla ne muuttujan x arvot, joilla funktiot f ja g saavat saman arvon. Minkä arvon funktiot tällöin saavat? Piirrä funktioiden kuvaajat samaan koordinaatistoon (käytä apuna tietokonetta tai laskinta). Miten laskemasi tiedot näkyvät kuvassa?

(a) $f(x) = x^2 + x + 5$ ja $g(x) = 3x^2 + 2x + 2$

(b) $f(x) = -x^2 + x + 5$ ja $g(x) = -2x^2 + 11x - 20$

9. Ratkaise epäyhtälöt sekä graafisesti että laskemalla vastaavan yhtälön avulla.

(a) $x^2 < 4$ (b) $x^2 - x > 0$ (c) $-3x^2 + 4x + 4 \geq 0$ (d) $-3x^2 + 4x - 2 \geq 0$
(e) $-3x^2 + 4x - 2 \leq 0$ (f) $4x^2 - 10x < (2x - 1)(2x - 3)$

10. (a) Määritä sellainen vakio c , että $x = -3$ on yhtälön $x^2 - 4x + c = 0$ juuri (eli eräs ratkaisu). Onko yhtälöllä tällöin toista juurta?
(b) Määritä vakiolle v sellainen arvo, että funktiolla $f(x) = x^2 - x + v$ on vain yksi nollakohta.

Lisätehtävät

11. Millä vakion c arvoilla funktio $f(x) = -x^2 + cx - 4$ saa sekä positiivisia että negatiivisia arvoja?
12. (a) Etsi kolme peräkkäistä kolmella jaollista positiivista kokonaislukua, joiden summa on 135. Millaisen yhtälön avulla löydät luvut? Onko ratkaisuja useita?
(b) Onko mahdollista löytää viisi peräkkäistä kokonaislukua siten, että niistä kahden suurimman luvun neliöiden summa on sama kuin kolmen pienimmän luvun neliöiden summa? Millaisen yhtälön avulla yrittäisit löytää luvut? Onko ratkaisuja useita?
13. Kultainen leikkaus saadaan, kun jana jaetaan kahteen osaan siten, että koko janan suhde pidempään osaan on sama kuin pidemmän osan suhde lyhyempään osaan. Määritä tämän suhteen tarkka arvo.