

Matematiikan propedeuttinen kurssi (MATY010), syksy 2019

Harjoitus 1

OHJE: käytä teknisiä apuvälineitä (kuten laskinta tai laskentaohjelmaa) harkiten; mieti, mitä tehtävässä on tarkoitus harjoitella.

1. Merkitse itseisarvon avulla lukujen väliset etäisyydet ja laske; sen jälkeen piirrä lukusuora ja merkitse luvut. (Vastaako saamasi tulos piirtämäsi kuvaa?)

$$(a) 12 \text{ ja } -3 \quad (b) -2 \text{ ja } -8 \quad (c) -10 \text{ ja } 2,5 \quad (d) \frac{2}{3} \text{ ja } -\frac{3}{2}$$

2. Luettele ja merkitse lukusuoralle

- (a) kaikki ne positiiviset kokonaisluvut, joiden vastaluvut ovat suurempia kuin -5
- (b) kaikki ne negatiiviset kokonaisluvut, joiden vastaluvut ovat pienempiä kuin $\frac{13}{4}$
- (c) kaikki ne kokonaisluvut, joiden itseisarvo on pienempi kuin 1
- (d) kaikki ne kokonaisluvut, joiden käänteisluvun itseisarvo on suurempi kuin 0,4.

3. Laske. Millaisia välivaiheita käytit? Keksitkö toisen tavan?

$$(a) \frac{1}{9} + \frac{4}{3} \quad (b) \frac{3}{4} - \frac{7}{6} \quad (c) \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{1}{6} \quad (d) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \quad (e) \frac{5}{4} + 3 \quad (f) \frac{5}{4} \cdot 3 \quad (g) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$$

4. Kolmen rinnan kytketyn vastuksen muodostaman systeemin kokonaisresistanssi R saadaan kaavasta

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \quad (1)$$

missä R_1 , R_2 ja R_3 ovat yksittäisten vastusten resistanssit.

- (a) (Lämmittely:) Laske $\frac{1}{R}$, kun $R_1 = 5$, $R_2 = 3$ ja $R_3 = 1$.
- (b) Laske R , kun $R_1 = \frac{2}{3}$, $R_2 = \frac{1}{4}$ ja $R_3 = 2$.
- (c) Kirjoita yhtälön (1) oikea puoli yhtenä murtolukuna (laventaminen auttaa).
- (d) Sijoita kohdassa (c) saamaasi lausekkeeseen kohdan (a) arvot ja totea, että saat saman tuloksen kuin kohdassa (a).

Vinkki: Katso vastaava esimerkki viime syksyn luentomonisteesta (TIMissä): [EL], s. 7

5. Laske. Kirjoita ensin kohtien (a) ja (b) lausekkeet jakoviivan avulla.

$$(a) (3 \cdot 2^3 - 4)/2 + 7 \quad (b) 1 - 3(8 - 2^2(6 - 3))/2 \quad (c) \frac{-(2 - 3) + (1 + 2)^2}{5 + (4 - 1)}$$

Lisäksi varmista, että osaat kirjoittaa kohdan (c) lausekkeen myös rivimuodossa (esim. laskinta tai laskinohjelmaa varten).

6. Laske/sievennä potenssin laskusääntöjen avulla, kun $x \neq 0$ ja $y \neq 0$.

$$(a) \left(\frac{2^6 \cdot 2^{11} \cdot 2^{-6}}{2^{13}} \right)^4 \cdot 2^{-5} \quad (b) \left(\frac{2^4 \cdot (2^2)^2}{4^2} \right)^{-2} \quad (c) (2a)^3 + 2a^3 \quad (d) (3x)^5 (2y)^2 (xy)^{-3}$$

7. Laske. Millaista strategiaa käytät, kun lasket juuren arvoa päässä?

(a) $\sqrt{36}$ (b) $\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{1000}$ (c) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ (d) $\sqrt[5]{-32}$

8. (a) Kuinka paljon on 15 % luvusta 326?
(b) Kuinka monta prosenttia on 25 luvusta 80?
(c) Puolueen kannatus oli ensin 12,4 % ja seuraavassa mittauksessa 13,1 %. Kuinka monta prosenttiyksikköä kannatus nousi? Entä kuinka monta prosenttia?
(d) Keksi tehtävä, jonka vastaukseksi sopii lausekkeen $1,015 \cdot 2800$ arvo.
(e) Selitä omin sanoin seuraavat käsitteet tai anna esimerkki käsitteen käytöstä. *prosentti, promille, prosenttikerroin, prosenttiyksikkö, alennusprosentti*
9. (a) 250 euron suuruista opintorahaa leikataan ensin 10 % ja sen jälkeen korotetaan 10 %. Mikä on opintorahan suuruus muutosten jälkeen?
(b) Erään tuotteen hintaa korotetaan ensin 10 % ja myöhemmin alennetaan 10 %. Miten tuotteen hinta muuttui alkuperäisestä? (Nousi vai laski, ja kuinka monta prosenttia?)
(c) Sadassa grammassa normaalisuolaista voita on 1,40 g suolaa ja samassa määrässä voimakassuolaista voita 2,10 g suolaa. 1) Kuinka monta prosenttia vähemmän suolaa on normaalisuolaisessa kuin voimakassuolaisessa voissa? 2) Entä kuinka monta prosenttia enemmän suolaa on voimakassuolaisessa kuin normaalisuolaisessa voissa?
(d) Mitä opit tästä tehtävästä? Kirjaa lyhyesti huomiosi muistiin.
10. Astiassa A on 3 litraa liuosta, jonka rikkihappopitoisuus on 20 %. Astiassa B on 1,5 litraa liuosta, jonka rikkihappopitoisuus on 12 %. Liuokset sekoitetaan keskenään. Laske yhdistetyn liuoksen rikkihappopitoisuus.

Lisätehtävät

11. Aseta seuraavat luvut ja lausekkeet arvon mukaan suuruusjärjestykseen käyttäen merkkejä $<$ ja \leq :
 $0; \frac{9}{6}; -1; -2,35; (-2)^3; (-1)^4; \sqrt{2}; -2,34; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; 2.$
12. Oletetaan, että $a > b$. Onko välttämättä voimassa $|a| > |b|$? Vinkki: kokeile eri luvuilla.
13. Keksi sellaiset reaalityluvut a ja b , että $|a + b| \neq |a| + |b|$. Mikä on tarinan opetus?
14. Keksi sellaiset ei-negatiiviset reaalityluvut a ja b , että $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Mikä on tarinan opetus?
15. Keksi sellaiset positiiviset kokonaisluvut a , b , c ja d , että $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$. Mikä on tarinan opetus?
- 16.* (a) Mille reaalityluville a on $|-a| = a$? Mille ei? (b) Ratkaise $|x - 1| = 1 - x$.
- 17.* (a) Osoita, että luku $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ on luvun $\sqrt{5} + 3$ käänteisluku.
(b) Millä muuttujan x arvoilla luku $x + 3$ on luvun x käänteisluku?