

Johdatus stokastiikkaan

Harjoitus 1

To 21.01.10 klo 16–18 (MaD 380)

- (1) Olkoot kaksi noppaa siten, että jokaisen luvun $\{1, 2, \dots, 6\}$ todennäköisyys on $\frac{1}{6}$. Laske kunkin noppien silmälukujen summan $m \in \{2, 3, \dots, 12\}$ todennäköisyys.
- (2) Olkoot \mathcal{F} σ -algebra ja $A, B \in \mathcal{F}$. Osoita, että $A \setminus B \in \mathcal{F}$.
- (3) Osoita, että $(\bigcup_{i \in I} A_i)^c = \bigcap_{i \in I} A_i^c$ missä $A_i \subset \Omega$ ja I on mielivaltainen indeksijoukko.
- (4) Olkoot \mathcal{F} σ -algebra ja $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$. Osoita, että $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$.
- (5) Olkoot Ω joukko ja $A, B \subset \Omega$ epätyhjiä pistevieraita osajoukkoja. Anna kaikki joukon $\{A, B\}$ generoiman σ -algebran $\sigma(\{A, B\})$ elementit.
- (6) Anna kaksi σ -algebraa, joiden yhdiste ei ole σ -algebra.
- (7) Olkoot E, F, G kolme tapahtumaa. Esitä seuraavat matemaattisessa muodossa (esim. $E \cup F \cup G$):
 - (a) Vain F tapahtuu.
 - (b) Sekä E että F tapahtuvat, mutta G ei tapahdu.
 - (c) Ainakin yksi tapahtuma tapahtuu.
 - (d) Ainakin kaksi tapahtumaa tapahtuu.
 - (e) Kaikki kolme tapahtuvat.
 - (f) Yksikään ei tapahdu.
 - (g) Korkeintaan yksi tapahtuu.
 - (h) Korkeintaan kaksi tapahtuu.