

Nimesi: Esimerkkivastauksia (muitakin oikeita voi olla) Syntymäaikasi: 2.12.2018

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Tehtäviin 3 ja 5(a) vastaamista varten saat eri paperin. Muihin tehtäviin vastaa tällä paperilla varattuun tilaan. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää, mutta jos haluat, saat jatkaa tehtävien 3 ja 5(a) paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota.

1. Jokaisessa kohdassa kerro jokin tärkeä ero kohdassa mainittujen käsitteiden välillä. Yksi kohta on annettu esimerkiksi.

(ö) kokonaisluku ja luonnollinen luku Kokonaisluku voi olla negatiivinen.

(a) merkkijono ja kieli Kieli voi sisältää monta merkkijonoa.

(b) DFA ja NFA NFA:ssa voi samasta tilasta lähteä monta samannimistä kaarta.

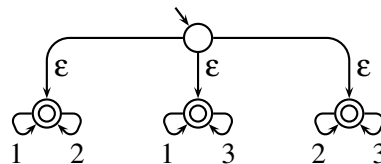
(c) osittainen funktio ja täysi funktio Osittainen funktio ei välttämättä ole määritelty jokaisella lähtöjoukon arvolla.

(d) säännöllinen lauseke ja yhteysriippumaton kielioppi Yhteysriippumaton kielioppi voi olla rekursiivinen, esim.  $P ::= \varepsilon \mid aPa \mid bPb$

(e) säännölliset kielet ja yhteysriippumattomat kielet Kakki säännölliset kielet ovat yhteysriippumattomia mutta ei toisinpäin.

(f) Turingin kone ja oikea tietokone Oikean tietokoneen muisti on rajallinen.

2. (a) Piirrä alle mahdollisimman pieni DFA, joka hyväksyy kielen  $\{2,3\}^*$ . (b) Olkoon  $\Sigma = \{1,2,3\}$ . Piirrä alle mahdollisimman pieni NFA, joka hyväksyy ne ja vain ne merkkijonot, joissa esiintyy enintään kahta eri merkkiä.



- (c) Olkoon aakkostona  $\{1,2,\dots,k\}$ , missä  $k > 1$ . Kuinka monta tilaa on NFA:ssa, joka on piirretty (b)-kohdan periaatteella, ja joka hyväksyy ne ja vain ne merkkijonot, joissa esiintyy enintään  $k - 1$  eri merkkiä?  $k + 1$

Voidaan todistaa, että jokaisessa NFA:ssa, joka hyväksyy ne ja vain ne merkkijonot, joissa jokainen merkki esiintyy vähintään kerran, on oma tila

jokaiselle aakkoston osajoukolle. Kuinka monta tilaa se tekee?  $2^k$

Mikä suhde tässä (c)-kohdassa mainittujen kahden NFA:n hyväksymien kielten välillä on? Jossain muualla tässä tenttipaperissa saattaa olla vinkki.

Toinen on toisen komplementti.

Jonkin NFA-operaation hitaimman tapauksen tehokkuudesta

voidaan tämän perusteella päätellä jotain. Minkä ja mitä?

NFA:n komplementointi vie hitaimmillaan ainakin eksponentiaalisesti aikaa.

3. Perustele seuraavat väitteet. Vastaa eri paperille. Suuret linjat riittävät. Älä kirjoita paljon. Älä esimerkiksi kerro DFA:n minimoinnin yksityiskohtia, vaan kirjoita vaikka ”DFA voidaan minimoida tehokkaasti”.

- (a) Jos kielen  $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$  voi tuottaa säännöllisellä lausekkeella, niin myös sen komplementin eli kielen  $\Sigma^* \setminus \mathcal{L}$  voi tuottaa säännöllisellä lausekkeella.

Minkä voi tuottaa säännöllisellä lausekkeella voi hyväksyä NFA:lla, siihen oli kurssilla konstruktio. Kurssilla kerrottiin myös miten NFA voidaan muuntaa saman kielen hyväksyväksi DFA:ksi, DFA:n tilasiirtymäfunktio täydentää täydeksi, ja niin saatu DFA komplementoida. Kurssilla oli myös konstruktio NFA:sta säännölliseksi lausekkeeksi.

- (b) Jos kielet  $\mathcal{L}_1$  ja  $\mathcal{L}_2$  voi tuottaa säännöllisillä lausekkeilla, niin myös kielen  $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$  voi tuottaa säännöllisellä lausekkeella.

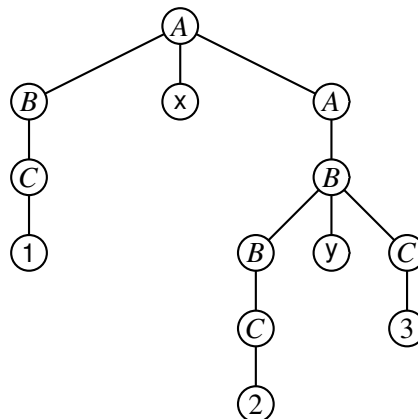
Jos  $r_1$  tuottaa  $\mathcal{L}_1$ :n ja  $r_2$  tuottaa  $\mathcal{L}_2$ :n, niin  $r_1 \mid r_2$  tuottaa  $(\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2)$ :n.

- (c) Jos kielet  $\mathcal{L}_1$  ja  $\mathcal{L}_2$  voi tuottaa säännöllisillä lausekkeilla, niin myös kielen  $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$  voi tuottaa säännöllisellä lausekkeella.

Tämän voi tehdä tuloautomaatilla. Vaihtoehtoinen vastaus: de Morganin kaavan ansiosta sen voi tehdä myös komplementoimalla alkuperäiset kuten (a)-kohdassa, laskemalla unioni kuten (b)-kohdassa ja komplementoimalla lopputulos.

4. (a) Piirrä merkkijonon 1x2y3 jäsenyspuu seuraavan kielioivin mukaan.

$A ::= B \mid BxA$   
 $B ::= C \mid ByC$   
 $C ::= 1 \mid 2 \mid 3$



- (b) Aakkosto on  $\{a, b\}$ . Kirjoita yhteysriippumaton kielioippi palindromeille eli niille merkkijonoille, jotka ovat samanlaiset etu- ja takaperin luettuina.

$P ::= \varepsilon \mid a \mid b \mid aPa \mid bPb$

- (c) Oletetaan, että kielet  $E$  (ehto) ja  $L$  (lause) on jo määritelty. Kirjoita kielioippi kielelle  $I$ , joka määrittelee **if**-lauseen sellaisena kuin se esiintyy jossakin yleisesti tunnetussa ohjelmointikielissä tai pseudokoodissa. Kerro minkä ohjelmointikielen tms. valitsit.

$I ::= \text{if } E \text{ then } L \mid \text{if } E \text{ then } L \text{ else } L$

pseudokoodi

5. (a) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee eri paperille.  
 (b) (2 pistettä) Olkoon  $N = (Q, \Sigma, \Delta, \hat{q}, \{q_f\})$  NFA, jolla on täsmälleen yksi lopputila. Ilmoita  $Q'$ ,  $\Sigma'$  jne. siten, että  $N'$ :n hyväksymä kieli on  $N$ :n hyväksymän kielen merkkijonot takaperin. Vastaa alla olevaan tyhjään tilaan.

$Q' = Q$        $\Sigma' = \Sigma$        $\Delta' = \{(q, a, q') \mid (q', a, q) \in \Delta\}$        $\hat{q}' = q_f$        $F' = \{\hat{q}\}$