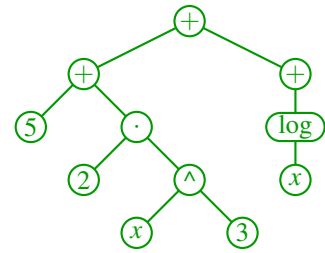


Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Maksimipistemäärä on 30. Kukin kohta on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää.

1&2. Oikealla ja siitä alaspäin on tyhjää tilaa.

Piirrä siihen lausekkeen $(5 + 2 \cdot x^3 + \log x)$ lausekepuu.



Tarkoittakoon S että syön sämpylöitä, P että syön puuroa ja M että puuro on maidotonta. Esitä seuraavat väittämät kaavoina.

3. Syön sämpylöitä tai puuroa. _____ $S \vee P$
4. Syön sämpylöitä, jos puurossa on maitoa. _____ $\neg M \rightarrow S$
5. En syö molempia. (Tämä ei lupaa, että syön mitään.) _____ $\neg(S \wedge P)$

Seuraavissa tehtävissä käytä kaksiarvologiikka, eli P, Q ja R eivät voi saada arvoa \mathbf{U} . Jokaisessa paitsi tehtävässä 8 näytä ainakin yksi välivaihe. Koska tavoitteena on osata muitakin menetelmiä kuin totuustaulu, vähennetään täysikokoisen totuustaulun käyttämisestä 0,5 pistettä.

6. Sievennä $\neg P \vee (Q \vee P) \wedge R$, kun $P \Leftrightarrow \mathbf{T}$. _____ $\mathbf{F} \vee (Q \vee \mathbf{T}) \wedge R \Leftrightarrow R$
7. Sievennä $\neg P \vee (Q \vee P) \wedge R$, kun $P \Leftrightarrow \mathbf{F}$. _____ $\mathbf{T} \vee (Q \vee \mathbf{F}) \wedge R \Leftrightarrow \mathbf{T}$
8. Sievennä $\neg P \vee (Q \vee P) \wedge R$. _____ $\neg P \vee R$
9. Paina negaatiot alas ja sievennä $\neg(P \wedge \neg Q \vee \neg R)$. _____ $\neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg \neg R \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge R$

Aakkosto on $\{a, b\}$. Kirjoita BNF-määritelmät seuraaville kielille: Ne merkkijonot, joissa ...

10. ... on jossakin kohdassa kaksi b :tä peräkkäin. $X ::=$ _____ $bb \mid aX \mid bX \mid Xa \mid Xb$
11. ... on keskellä kaksi b :tä peräkkäin. $Y ::=$ _____ $bb \mid aYa \mid aYb \mid bYa \mid bYb$
12. ... ei ole kahta b :tä peräkkäin. $Z ::=$ _____ $\varepsilon \mid b \mid Za \mid Zab$

Tentin pisterajat on annettu taulukossa rajat, jonka lailliset indeksit ovat 0, 1, 2, 3 ja 4. Opiskelijan saama pistemäärä on muuttujassa pist.

13. Esimerkiksi pisterajat [12, 9, 15, 6, 9] eivät ole mielekkäät. Mikä ehto pisterajojen täytyy täyttää? Sanallinen vastaus riittää. _____
Niiden täytyy olla kasvavassa suuruusjärjestyksessä. ("Ei kahta samaa" tms. tuotti 0,5 p.)
14. Kirjoita kaava, joka on tosi täsmälleen silloin, kun arvosanan kuuluu olla 3. Siinä ei saa olla muita muuttujia kuin pist ja rajat.
 _____ $rajat[2] \leq pist < rajat[3]$
15. Kirjoita alle ohjelmapätkä, joka laskee arvosanan. Käytä silmukkaa.

```
int arvosana = 0;
while( arvosana < 5 && pist >= rajat[ arvosana ] ){ ++arvosana; }
```

käännä

16&17. Kirjoita kaava, jossa ei esiinny itseisarvon symbolia, ja joka tarkoittaa samaa kuin $2|x - 5| + 3 \geq x + 4$. _____

_____ $x - 5 < 0 \wedge -2(x - 5) + 3 \geq x + 4 \vee x - 5 \geq 0 \wedge 2(x - 5) + 3 \geq x + 4$

18. Suomenna $\forall i; 1 \leq i \leq n : \exists j; 1 \leq j \leq n : A[i] \neq A[j]$. Se puhuu taulukosta $A[1 \dots n]$. Älä suomenna kaavamaisesti, vaan pyri suomennokseen, jonka viisivuotiaskin ymmärtää.

_____ Taulukko on tyhjä, tai siinä on ainakin kahta eri alkioita.

Esitä kaavana seuraavat taulukosta $A[1 \dots n]$ puhuvat väitteet.

19. A:n ensimmäinen alkio toistuu jossakin A:n kohdassa. _____ $\exists j; 2 \leq j \leq n : A[j] = A[1]$

20. Kohdassa i esiintyvä alkio on A:n toiseksi viimeinen alkio. _____ $i = n - 1 \geq 1$

21. Ainakin yksi A:n alkioista on suurempi kuin edellinen alkio. _____
 _____ $\exists i; 1 < i \leq n : A[i] > A[i - 1]$

22. Täsmälleen yksi A:n alkioista on suurempi kuin edellinen alkio. _____
 _____ $\exists i; 1 < i \leq n : A[i] > A[i - 1] \wedge \forall j; 1 < j \leq n \wedge i \neq j : A[j] \leq A[j - 1]$

Oletetaan, että n ja m ovat kokonaislukuja ja $n \geq 0$. Tarkastellaan oheista ohjelmaa.

23. Valitse muuttujille sellaiset alkuperäiset arvot (eli arvot rivin 1 alussa), että ohjelma suorittaa testin $r \geq m$ tasan kolme kertaa, ja ohjelman lopetettua $r = 2$. Ilmoita muuttujien arvot rivin 3 alussa.

| | n | m | q | r |
|--------------|-------|-------|-------|-------|
| eka kerta | ___ 8 | ___ 3 | ___ 0 | ___ 8 |
| toka kerta | ___ 8 | ___ 3 | ___ 1 | ___ 5 |
| kolmas kerta | ___ 8 | ___ 3 | ___ 2 | ___ 2 |

```

1  r := n
2  q := 0
3  while r ≥ m do
4      r := r - m
5      q := q + 1
    
```

24. Täydennä kaava, joka pätee aina rivin 3 alussa. Vastausviivalle tuleva ei saa sisältää n :ää (mutta saa sisältää m, q ja/tai r). $n =$ _____ $qm + r$

25. Perustele, että edellisen tehtävän kaava pätee aina rivin 3 alussa.
 _____ Eka kerralla se pätee, koska $r = n$ ja $q = 0$.
 _____ Rivin 4 lopussa $n = qm + r + m$ ja rivin 5 lopussa jälleen $n = qm + r$.

26. Anna välttämätön ja riittävä muuttujien arvoja rivin 1 alussa (" $\forall n < m$ " ei tuo lisää,) koskeva ehto sille, että ohjelma pysähtyy eli lopettaa. _____ $m > 0$ (koska $n \geq 0$)

27. Perustele, että jos ehto pätee niin ohjelma lopettaa. _____
 _____ Jos $n < m$, niin silmukkaan ei mennä. Jos $m > 0$, niin r pienenee joka _____ kierroksella eikä m muutu, kunnes lopulta $r < m$, jolloin ohjelma lopettaa.

28. Perustele, että muutoin ohjelma ei lopeta. _ Silmukkaan mennään, koska $r = n \geq 0 \geq m$.
 _ Joka kierroksella r kasvaa tai ei muutu eikä m muutu, joten $r \geq m$ ei koskaan rikkoudu.

29. Millä välillä r on ohjelman lopetettua? _____ $0 \leq r < m$

30. Jos ohjelma pysähtyy, niin minkä tutun asian se laskee? _____ $q = n \text{ div } m$ ja $r = n \text{ mod } m$

loppu