

Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Maksimipistemäärä on 30. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin vastaustila riittää.

1. 2. Piirrä tyhjään tilaan lausekkeen $-a - 3 - a^{2^n}$ lausekepuu.

3. Sievennä $F \vee (\neg F \wedge Q)$. _____

4. Sievennä $P \vee (\neg P \wedge Q)$, kun $P \Leftrightarrow \top$. _____

5. Perustele $P \vee (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow P \vee Q$ tai anna sille vastaesimerkki.

6. Perustele $\neg(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \vee \neg Q$ tai anna sille vastaesimerkki. _____

7. Sievennä $\neg(2 < x \leq 5) \wedge x < 3$. _____

8. 9. Ratkaise $\frac{|x-1|+x}{x+2} \geq 1$.

Kahvipaketin hinta on 5,00 € ja se nousee kaksi senttiä päivässä. Opiskelijalla on rahaa 3,20 € ja hän säästää lisää viisi senttiä päivässä. Nykyhetki on $t = 0$ ja t :n yksikkö on päivä.

10. Kirjoita lauseke, joka esittää kahvipaketin hinnan sentteinä ajan funktiona. _____

11. Kirjoita yhtälö, joka kertoo milloin opiskelijan rahat juuri ja juuri riittävät kahvipakettiin. _____

12. Kuinka monen päivän päästä opiskelija pystyy ostamaan kahvipaketin? _____

13. Paljonko on $(7^{2023}) \bmod 5$? Perustele. _____

14. Luettele kaikki kieleen $X ::= YZ \mid aY \quad Y ::= \varepsilon \mid Yb \quad Z ::= cc$ kuuluvat merkkijonot, joiden pituus on enintään 4. _____

Käännä!

Kirjoita BNF-määritelmät seuraaville kielille. Muuttujat n ja m saavat arvonsa luonnollisista luvuista $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$. Saat olettaa (b)-kohdassa että (a)-kohdan kieli A on jo määritelty, ja (c)-kohdassa että A ja B on jo määritelty.

15. $A = \{a^n b^n \mid \} = \{\epsilon, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen sama määrä b :tä. _____

16. $B = \{a^n b^m \mid n > m\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen vähemmän b :tä. _____

17. $C = \{a^n b^m \mid n \neq m\}$ eli ne merkkijonot, joissa on ensin jokin määrä a :ta ja sen jälkeen eri määrä b :tä. _____

Taulukko H indeksoidaan a, \dots, y . Kirjoita seuraavat predikaatit.

18. H :ssa on ainakin yksi kakkonen. _____

19. H :ssa on ainakin kaksi alkioita. _____

20. H :ssa on ainakin kaksi erisuurta alkioita. _____

21. 22. H :ssa on täsmälleen yksi kakkonen, ja se on kohdassa i .

Oletetaan, että $n \in \mathbb{N}$ ja $m \in \mathbb{N}$. Tarkastellaan oheista ohjelmaa.

```

1  r := n
2  q := 0
3  while r ≥ m do
4      r := r - m
5      q := q + 1
    
```

23. Valitse muuttujille sellaiset alkuperäiset arvot (eli arvot rivin 1 alussa), että ohjelma suorittaa testin $r \geq m$ tasan kolme kertaa, ja ohjelman lopetettua $r = 2$. Ilmoita muuttujien arvot rivin 3 alussa.

	n	m	q	r
eka kerta	___	___	___	___
toka kerta	___	___	___	___
kolmas kerta	___	___	___	___

24. Täydennä kaava, joka pätee aina rivin 3 alussa. Vastausvii-
valle tuleva ei saa sisältää n :ää (mutta saa sisältää m, q ja/tai r). $n =$ _____

25. Perustele, että kaava
pätee aina rivin 3 alussa. _____

26. Anna välttämätön ja riittävä muuttujien arvoja rivin 1 alussa
koskeva ehto sille, että ohjelma pysähtyy eli lopettaa. _____

27. Perustele, että jos ehto pätee niin ohjelma lopettaa. _____

28. Perustele, että muutoin ohjelma ei lopeta. _____

29. Millä välillä r on ohjelman lopetettua? _____

30. Minkä tutun asian ohjelma laskee? _____