Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet jakautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota.

1. (a) Piirrä lausekkeen $\frac{1+x^2}{2x}$ lausekepuu.
   (b) Piirrä lausekkeen $P \vee \neg Q \wedge R$ lausekepuu.
   (c) Kirjoita lauseke, joka havainnollistaa sitä, että kertolasku sitoo voimakkaammin kuin yhteenlasku. Piirrä lausekkeesi lausekepuu.
   (d) Kerro, miten (c)-kohdan lausekepuusta näkyy, että kertolasku sitoo voimakkaammin kuin yhteenlasku.
   (e) Alla on BNF-määritelmä kielille L, M ja N. Luettele kaikki kieleen M kuuluvat, enintään 2 merkkiä pitkät merkkijonot.

   $L ::= 0 \mid NM$
   $N ::= 1 \mid 2$
   $M ::= \varepsilon \mid M0 \mid MN$

   (f) Luettele kaikki kieleen L kuuluvat, enintään 2 merkkiä pitkät merkkijonot.

2. A tarkoittaa, että aurinko paistaa. L tarkoittaa, että luen tenttiin. K tarkoittaa, että lähden kävelylle. Ilmaise seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

   (a) Aurinko paistaa mutta en lähde kävelylle.
   (b) Lähden kävelylle tai luen tenttiin (tai sekä että).
   (c) Lähden kävelylle tai luen tenttiin, mutta ei sekä että.
   (d) Jos aurinko paistaa, niin en lue tenttiin.

   Sievennä seuraavat propositiologiikan kaavat mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon, jossa ei esiinny $\rightarrow$ eikä $\leftrightarrow$.

   (e) $P \wedge (Q \vee \neg P)$
   (f) $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$
   (g) $Q \rightarrow \neg P$
   (h) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow \neg P)$

   n ja m ovat kokonaislukuja, ja P ja Q ovat propositioita. Jokaiselle seuraavista päättelyaskelista perustele lyhyesti, miksi se on pätevä tai perustele lyhyesti, miksi se ei ole pätevä.

   (i) $n > 3 \;\Rightarrow\; n - 3 \geq 0$
   (j) $n - 3 \geq 0 \;\Rightarrow\; n > 3$
   (k) $0n = 7 \;\Rightarrow\; m = 3$
   (l) $P \wedge Q \;\Rightarrow\; Q$

Käännä! Tehtävät 3, 4 ja 5 ovat paperin toisella puolella.

3. Suomenna seuraavat taulukosta $A[1 \ldots n]$ puhuvat predikaatit. Pyri ymmärrettävään kieleen, esimerkiksi ”taulukon kaikki alkiot ovat positiivisia”. Kapulakielinen vastaus ei tuota pisteitä.

   (a) $A[1] = A[n]$

   (b) $\forall i : \forall j ; 1 \leq i < j \leq n : A[i] = A[j]$

   Kirjoita seuraavat taulukosta $A[1 \ldots n]$ puhuvat väitteet predikaatteina.

   (c) Taulukossa on ainakin yksi kolmonen.

   (d) Taulukossa on ainakin kaksi kolmosta.

   (e) Taulukossa on tasan kaksi kolmosta.

   (f) Taulukon muut alkiot ovat suurempia kuin kohdassa i sijaitseva. (Muista varmistaa, että i on laillinen kohta.)

4. Taulukko B indeksoidaan $0, \ldots, n-1$. Tarkastellaan oheista ohjelmaa. tulosta(B) tulostaa ensin $B[0]$, sitten $B[1]$, sitten $B[2]$ ja niin edelleen $B[n-1]$ saakka, ja lopuksi rivinvaihdon.

```
1. for i := 0 to n − 1 do B[i] := 0
2. tulosta(B); i := 0
3. while i < n do
4.     if B[i] = 1 then B[i] := 0; i := i + 1
5.     else B[i] := 1; tulosta(B); i := 0
```

   (a) Olkoon $n = 5$, $i = 0$ ja ohjelman suoritus on rivin 3 alussa. Anna esimerkki sellaisesta taulukon B sisällöstä, että ohjelma lopettaa mahdollisimman pian, tai perustele väite, että sellaista B ei ole olemassa.

   (b) Olettaen että $n = 3$, kirjoita ohjelman tulostus. (Jatkossa älä oleta, että $n = 3$.)

   (c) Kuinka monta riviä ohjelma tulostaa?

   (d) Kirjoita predikaatti, joka kertoo taulukon B sisällön rivin 2 alussa.

   (e) Mitä arvoja B:n alkiot voivat saada? (Voiko esim. $B[2]$ olla koskaan 5 jos $n > 2$?) Perustele lyhyesti.

   (f) Kirjoita mahdollisimman vahva predikaatti, joka kuvaa B:n sisältöä rivin 3 alussa. Rivin 3 alkuun voidaan tulla muualtakin kuin riviltä 2.

5. (a) (2 pistettä) Selosta lyhyesti seuraavat käsitteet: (a1) tekijä (a2) alkuluku.

   (b) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee.

loppu