

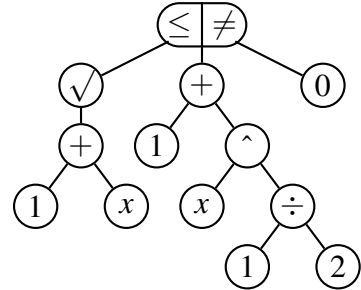
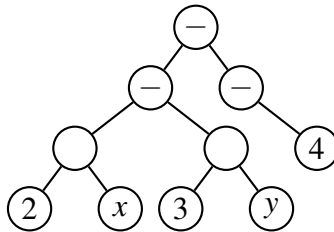
Nimesi: _____ Syntymäaikasi: _____

Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Pisteet ja-
kautuvat tasan alakohtiin (a), (b) jne., ellei toisin sanota. Vastaukselta ei vaadita enempää kuin
mihin vastaustila riittää.

1. Tästä kohdasta oikealle on tyhjää tilaa. Piirrä siihen seuraavien lausekkeiden tai väittämien lausekepuut.

(a) $2x - 3y - -4$

(b) $\sqrt{1+x} \leq 1 + x^{\frac{1}{2}} \neq 0$



2. Olkoon $n \in \mathbb{Z}^+$. Olkoon käytettävissä totuusarvovakiot F (false) ja T (true), proposi-
tion symbolit P_1, \dots, P_n , sulut (ja) sekä propositiologiikan operaattorit $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ ja \leftrightarrow .
Ilmaise seuraavat $n:n$ funktiona.

(a) Jokainen symboleista P_1, \dots, P_n saa totuusarvon.
Kuinka monta eri tapaa tehdä se on olemassa? _____ 2^n

(b) Kuinka monta eri totuusfunktiota
 $f : \{F, T\}^n \mapsto \{F, T\}$ on olemassa? _____ 2^{2^n}

(c) Kuinka monta eri lauseketta käytettävissä
olevilla merkinnöillä voi muodostaa? _____ äärettömästi

Mitkä seuraavista päättelyaskelista ovat päteviä? K = kyllä, E = ei. Perustele.

(d) $x > 2 \Leftrightarrow x^2 > 4$ _____ E, koska $(-3)^2 = 9 > 4$ mutta $-3 > 2$ ei päde

(e) $\neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \Leftrightarrow P \leftrightarrow \neg Q$ _____ K
_____ Jos $P \Leftrightarrow F$, niin vasen on $\neg\neg Q \wedge T \Leftrightarrow Q$ ja oikea on $F \leftrightarrow \neg Q \Leftrightarrow Q$.
_____ Jos $P \Leftrightarrow T$, niin vasen on $T \wedge \neg Q \Leftrightarrow \neg Q$ ja oikea on $T \leftrightarrow \neg Q \Leftrightarrow \neg Q$.

(f) $1 > 0 \Rightarrow 3 \cdot 5 = 8$ _____ E, koska $1 > 0$ on tosi mutta $3 \cdot 5 = 8$ on epätosi.

3. Kerro ihmisten kielellä, mitä väittämät (a) ja (b) sanovat. Tavoitteena ei ole ”kaikilla x ,
joilla ...” vaan jotain minkä viisivuotias lapsikin ymmärtää. P tarkoittaa päivien joukkoa,
 T tarkoittaa tenttien joukkoa ja $t \triangleright p$ tarkoittaa, että tentti t pidetään päivänä p .

(a) $\forall p \in P : \neg(\exists t_1 \in T : \exists t_2 \in T : t_1 \neq t_2 \wedge t_1 \triangleright p \wedge t_2 \triangleright p)$ _____
_____ Minään päivänä ei ole kahta eri tenttiä.

(b) $\forall t \in T : \exists p \in P : \exists q \in P : \exists r \in P : p \neq q \wedge t \triangleright p \wedge t \triangleright q \wedge t \triangleright r$ _____
_____ Jokainen tentti on ainakin kahtena eri päivänä.

(c) Perustele (b)-kohdan vastauksesi. _____
_____ Vaaditaan, että $p \neq q$ mutta ei vaadita, että $r \neq p$ eikä $r \neq q$,
_____ joten tentti on kahtena mutta ei välttämättä kolmena eri päivänä.

Käännä!

4. Esitä seuraavat taulukosta $A[1 \dots n]$ puhuvat väittämät predikaatteina.

- (a) Mikään alkio ei ole -3 . _____ $\forall i; 1 \leq i \leq n : A[i] \neq -3$
- (b) Kohdassa i oleva alkio on muita suurempi. _____
 _____ $1 \leq i \leq n \wedge \forall j; 1 \leq j \leq n \wedge i \neq j : A[i] > A[j]$
- (c) Taulukko on muuten kasvavassa suuruusjärjestyksessä, mutta kohdassa k oleva alkio on edellistä pienempi. _____
 _____ $2 \leq k \leq n \wedge A[k] < A[k-1] \wedge \forall i; \forall j; 1 \leq i < j \leq n \wedge (i \neq k-1 \vee j \neq k) : A[i] \leq A[j]$

5. (a) ja (b): selosta seuraavat käsitteet (1 piste / kohta).

- (a) Suurin yhteinen tekijä. _____
 - Kokonaislukujen n ja m s.y.t. on suurin kokonaisluku, joka jakaa molemmat tasan.
- (b) Propositiologiikan de Morganin lait. _____
 _____ $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$ ja $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$
- (c) (4 pistettä) Kirjoita ennalta miettimäsi essee alle tai eri paperille (saat sen pyytämällä, muista kirjoittaa sinne nimesi ja syntymäaikasi).

loppu

Eri tehtäväkohdista saatujen pisteiden jakauma

teht	tyhjä	0	1	2	3	4
1a	1	2	5	8	30	
b	1	3	6	13	23	
2a	6	20	20			
b	15	28	3			
c	20	20	6			
d	1	27	18			
e	2	21	23			
f	1	18	27			
3a	1	20	6	19		
b	1	20	9	16		
c	1	10	13	22		
4a	1	6	10	29		
b	1	19	20	6		
c	4	28	11	3		
5a	2	7	37			
b	11	16	19			
c	5	2	14	7	8	10