Vastaa tentin järjestäjän antamalle paperille (ei kysymyspaperille). Kirjoja, laskinta tms. ei saa olla tentissä. Kukin tehtävä on 1 tai 2 pisteen arvoinen.

A tarkoittaa, että aurinko paistaa. L tarkoittaa, että luen tenttiin. K tarkoittaa, että lähden kävelylle. Ilmaise seuraavat väittämät propositiologiikan kaavoina.

1. Aurinko paistaa mutta en lähde kävelylle.
2. Lähden kävelylle tai luen tenttiin (tai sekä että).
3. Lähden kävelylle tai luen tenttiin, mutta ei sekä että.

Sekalaisia kysymyksiä

4&5. Lentopallon erä loppuu, kun toisella joukkueella on ainakin 25 pistettä ja ainakin 2 pistettä enemmän kuin toisella. Siksi esimerkiksi 24–8, 25–24 ja 35–28 eivät ole mahdollisia lopputilanteita, mutta 25–8 ja 35–33 ovat. Pistemäärät ovat muuttujissa p ja q. Kirjoita kaava, joka sanoo, että tilanne on mahdollinen lopputilanne.

6. Sijoita P:ksi F ja sievennä $P \vee (\neg P \wedge Q)$. Näytä ainakin yksi välivaihe.

7&8. Todista $P \vee Q \Leftrightarrow P \vee (\neg P \wedge Q)$ valitsemalla joko P tai Q, ja sijoittamalla siihen F ja T.

9. Kirjoita jokin sellainen De Morganin laki, jossa ei esiinny kvanttoreita.

10. Kirjoita jokin sellainen De Morganin laki, jossa esiintyy kvanttoreita.

11&12. Olkoon φ kaava $x < 0 \vee x \geq y + 1$. Kirjoita jokin sellainen kaava ψ, että $\varphi \Rightarrow \psi$ mutta ei $\varphi \Leftrightarrow \psi$. Perustele vastauksesi.

13&14. Piirrä kuva ja sen avulla sievennä $n \leq 2 \wedge m > 5 \vee \neg(m < n \vee n = m)$ mahdollisimman lyhyeen muotoon.

15&16. Ratkaise $2|x - 3| \leq x$ käyttäen merkintöjä $\wedge$, $\vee$, $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$ jne. kuten kurssilla on opetettu.

17. Ilman että käytät symboleita `div` ja `mod`, kirjoita kaava, joka sanoo, että n on jaollinen seitsemällä.

Suomenna seuraavat taulukosta $A[1 \ldots n]$ puhuvat väitteet. Pyri ymmärrettävään kieleen. Esimerkiksi väitteelle $\forall i\,;\, 1 \leq i < n : A[i] \leq A[i+1]$ vastaus ”jokaiselle i, joka on vähintään 1 ja vähemmän kuin n, pätee että $A[i]$ on pienempi tai yhtäsuuri kuin $A[i+1]$” ei kelpaa, mutta vastaus ”A on kasvavassa suuruusjärjestyksessä” kelpaa erittäin hyvin.

18. $\forall i : \forall j\,;\, 1 \leq i < j \leq n : A[i] = A[j]$
19. $\exists i : \exists j\,;\, 1 \leq i < j \leq n : A[i] = A[j]$
20. $\forall i : \exists j\,;\, 1 \leq i < j \leq n : A[i] = A[j]$

käännä

Esitä kaavana seuraavat taulukosta $A[1 \dots n]$ puhuvat väitteet.

21. A:ssa ei ole yhtään kolmosta.

22. Kohdassa k on kolmonen.

23. A on keko. (Keossa kukin alkio on vähintään yhtäsuuri kuin sen lapset. $A[1]$:n lapset ovat $A[2]$ ja $A[3]$, $A[2]$:n lapset ovat $A[4]$ ja $A[5]$, $A[3]$:n lapset ovat $A[6]$ ja $A[7]$ ja niin edelleen niin pitkälle kuin taulukkoa riittää.)

Sekalaisia kysymyksiä

24. Kirjoita aliohjelma, joka palauttaa T jos $A[1 \dots n]$ on keko, ja F muuten.

25&26. Kirjoita aliohjelma, joka palauttaa T jos ja vain jos täsmälleen yksi A:n alkioista on suurempi kuin edellinen alkio.

27&28. Eräs logiikan tärkeistä päättelysäännöistä kuuluu seuraavasti:

> Olkoot $\mathfrak{f}$ ja $\mathfrak{g}$ lausekkeita, ja $\varphi(a)$ kaava, jossa ei esiinny symboleita $\forall$ eikä $\exists$.
> Jos $\mathfrak{f} = \mathfrak{g}$ niin $\varphi(\mathfrak{f}) \Leftrightarrow \varphi(\mathfrak{g})$.

Mitkä ovat $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$ ja $\varphi(a)$, kun tällä säännöllä johdetaan

$$2x < 3y - 1 \land 2x + y^2 \neq 3y - 1 \leq 5(3y-1) + 7 \Leftrightarrow$$
$$2x < 2x + y^2 \land 2x + y^2 \neq 3y - 1 \leq 5(2x+y^2) + 7 \text{ ?}$$

29. Piirrä DFA, joka esittää kaavaa $x = 1 \lor x = 2$.

30. Mitä asiaa haluaisit kurssille lisää, ja mitä voitaisiin jättää pois?

loppu