Predikaattilogiikka:

- predikaatit liittävät sovellusalueen objekteihin jonkin ominaisuuden ja tällä kokonaisuudella on totuusarvo **T** tai **E**
- predikaattilogiikan syntaksi:

lauseke	=	*peruspropositio* | *predikaatti* | "$\neg$ ", *lauseke*
		| "(", *lauseke*, " $\wedge$ " , *lauseke*, ")"
		| "(", *lauseke*, " $\vee$ " , *lauseke*, ")"
		| "(", *lauseke*, " $\Rightarrow$ " , *lauseke*, ")"
		| "(", *lauseke*, " $\Leftrightarrow$ " , *lauseke*, ")"
		| "$\forall$", *muuttujan nimi* , ":" , *lauseke*
		| "$\exists$", *muuttujan nimi* , ":" , *lauseke*;
predikaatti	=	*predikaatin nimi* , "(" , *termilista* , ")" ;
predikaatin nimi	=	... (* Jätetään vapaaksi *);
termilista	=	*termi* | *termi* , " , " , *termilista*;
termi	=	*funktionnimi*, " (", *termilista*, ")"
		| *muuttujan nimi*
		| *jokin nimi*
		| *vakion nimi*;
vakion nimi	=	... (* Jätetään vapaaksi *);
jokin nimi	=	"*a*"| "*b*" |"*c*" ... ;
muuttujan nimi	=	"*x*"| "*y*" |"*z*" ... ;

Kvanttorit:

$\forall x : P(x)$ $P(x)$ pätee <u>kaikille</u> määrittelyalueen objekteille muuttujaan x sijoitettuna

$\exists x : P(x)$ <u>On olemassa</u> (ainakin yksi) määrittelyalueen objekti, joka muuttujaan x sijoitettuna toteutta $P(x)$:n

Esimerkkejä:

“on olemassa sorsa, joka pitää lammesta“

$\sim$ “on olemasssa sorsa x ja x pitää lammesta“

$\sim\ \exists x \bullet (sorsa(x) \wedge pitaa(x, lampi))$

“sorsat pitävät lammesta“

$\sim$ “jos x on sorsa, niin x pitää lammesta“

$\sim\ \forall x \bullet (sorsa(x) \Rightarrow pitaa(x, lampi))$

$\sim\ \forall x \bullet \forall y \bullet (sorsa(x) \wedge lampi(y) \Rightarrow pitaa(x, y))$ (jos *lampi* ei vakio eli myös muuttuja)

$\sim\ \forall x \bullet \exists y \bullet (sorsa(x) \wedge lampi(y) \Rightarrow pitaa(x, y))$ (jossain on olemassa *lampi*)

$\sim\ \exists x \bullet \forall y \bullet (sorsa(x) \wedge lampi(y) \Rightarrow pitaa(x, y))$ (jossain on olemassa *sorsa*)

Ekvivalenttiudet:

$\forall x \bullet P(x) \equiv \neg\ \exists x \bullet \neg\ P(x)$ (aina totta - ei koskaan valhetta)

$\forall x \bullet \neg\ P(x) \equiv \neg\ \exists x \bullet P(x)$ (aina valhetta - ei koskaan totta)

$\neg\ \forall x \bullet P(x) \equiv \exists x \bullet \neg\ P(x)$ (ei aina totta - joskus valhetta)

$\neg\ \forall x \bullet \neg\ P(x) \equiv \exists x \bullet P(x)$ (ei aina valhetta - joskus totta)

Kvanttorilaskenta:

$\forall$-poisto: $\dfrac{\forall x \bullet P(x)}{P(a),\ a \text{ mielivaltainen}}$,

$\forall$-esittely: $\dfrac{P(a),\ a \text{ mielivaltainen}}{\forall x \bullet P(x)}$.

$\exists$-poisto: $\dfrac{\exists x \bullet P(x)}{P(q)}$ $\quad q$ jokin nimi,

$\exists$-esittely: $\dfrac{P(t)}{\exists x \bullet P(x)}$ $\quad t$ jokin termi.

Esimerkkejä:

"Repe on sorsa. Sorsat pitävät lammesta, joten Repe pitää lammesta"
$\sim\ P(m),\ \forall x \bullet (P(x) \Rightarrow Q(x))\ \vdash\ Q(m)$

"kaikille luvuille x pätee, että jos $x < y$ niin $\neg\,(y < x)$"
$\Rightarrow$ "millekään luvulle x ei päde $x < x$"
$\sim\ \forall x \bullet \forall y \bullet P(x,y) \Rightarrow \neg\, P(y,x)\ \vdash\ \forall x \bullet \neg\, P(x,x)$

"predikaatti $P(x)$ pätee <u>korkeintaan</u> yhdelle objektille"
$\sim\ \forall x \bullet \forall y \bullet (P(x) \wedge P(y)) \Rightarrow (x = y)$

"predikaatti $P(x)$ pätee <u>täsmälleen</u> yhdelle objektille"
$\sim\ \exists x \bullet (P(x) \wedge \forall y \bullet (P(y) \Rightarrow (x = y)))$

Yhtäsuuruus:

- määrittelyalueen samasta objektista käytettyjen merkintöjen samaistaminen:
  $sama(p,q) \equiv p = q \quad eri(p,q) \equiv \neg\,(p = q) \equiv p \neq q$
- perusaksiooma:

  refleksiivisyys: $\forall\, x : x = x$
- merkintä:
  olkoon $S(n)$ predikaattilogiikan lauseke, joka sisältää termin n (mutta <u>ei</u> yhtään muuttujaa) ja $S[m/n]$ tämä sama lauseke, jossa joitakin termejä n on korvattu samaan objektiin viittaavalla symbolilla m
- päättelysäännöt:

  sijoitussäännöt: $\dfrac{m = n,\ S(n)}{S[m/n]}$ ja $\dfrac{m = n,\ S(m)}{S[n/m]}$.

PREDIKAATTILASKENTA:

Predikaatti: tapa liittää määrittelyalueen objektiin jokin ominaisuus

Predikaattilogiikka:

<u>syntaksi:</u> muuttujat, kvanttorit, propositiot ja niiden avulla muodostetut lausekkeet

<u>semantiikka:</u> miten kvanttoreita sisältävät lausekkeet pitää tulkita

Predikaattilaskentaa:

<u>kvanttorilaskenta:</u> miten kaavoja mulkataan kvanttoreita esittelemällä ja poistamalla

<u>yhtäsuuruus:</u> aksiooma ja laskusäännöt, joiden avulla samalle objektille voidaan käyttää eri symbolia eri yhteyksissä