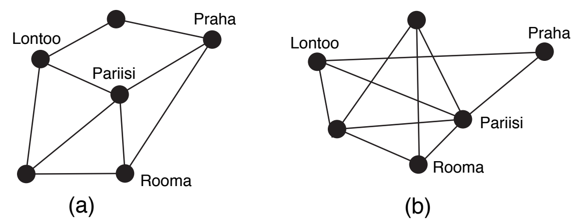
JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

MATEMATIIKAN JA
TILASTOTIETEEN LAITOS

Logiikka **2. harjoitustehtävät 24.9.2007**

Kolmiosaiset numerot ovat Salmisen ja Väänäsen kirjasta.

1) **(2.1.4)** Luettele kaikki todet ja kaikki epätodet atomilauseet kuvan 2.1.(a) kaupunkiverkossa.



Kuva 1. Kaksi kaupunkiverkkoa

2) **(2.2.6)** Tutki ”kaupunkiverkkoteorian propositiolauseen”

$$\neg(\neg(Yhteys(Lontoo, Pariisi) \wedge Yhteys(Rooma, Praha)) \wedge$$
$$(\neg Yhteys(Pariisi, Rooma) \wedge \neg(Yhteys(Praha, Pariisi) \wedge$$
$$(Yhteys(Lontoo, Pariisi) \wedge Yhteys(Pariisi, Rooma)))))$$

totuusarvo kuvan 2.1 kummassakin kaupunkiverkossa.

3) **(2.3.1)** ja olennaisesti **(2.3.4)** Osoita, että seuraavat propositiolauseet ovat tautologioita: (Menetelmänä joko taulukko tai semanttinen puu!)

(1) $(p_0 \to p_1) \leftrightarrow (\neg p_0 \vee p_1)$
(2) $(p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow ((p_0 \wedge p_1) \vee (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$
(3) $((p_0 \wedge p_1) \to p_2) \leftrightarrow (p_0 \to (p_1 \to p_2))$.

(jatkoa) Olkoot A, B ja C propositiolauseita.

(1) Osoita, että $(A \to B) \iff (\neg A \vee B)$.
(2) Onko $(p_0 \leftrightarrow C)$ lauseen $((p_0 \wedge C) \vee (\neg p_0 \wedge \neg C))$ looginen seuraus?
(3) Osoita, että $(A \wedge B) \to C$ ja $A \to (B \to C)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.

4) **(2.3.2)** Osoita, että :

(1) $((p_0 \to p_1) \wedge (p_1 \to p_2)) \implies (p_0 \to p_2)$
(2) $(p_2 \vee p_3) \iff \neg(\neg p_2 \wedge \neg p_3)$

Lisäpohdittavaa: Olkoot A, B ja C mielivaltaisia kaupunkiverkkojen atomilauseita. Onko $(B \vee C) \leftrightarrow \neg(\neg B \wedge \neg C)$ tosi kuvan 7.4. kaupunkiverkossa? (Hups, kuva jäi piirtämättä, mutta haitanneeko tuo mitään?)

KÄÄNNÄ

5) **(2.4.1)** Tarkastellaan totuusfunktiota $f(x,y,z)$, joka saa arvon t, jos ainakin kaksi totuusarvoista x,y,z on t, ja muuten arvon e. Konstruoi propositiolause A siten, että A:n totuusfunktio on f, toisin sanoen $f = TF_A$.

6) **(2.4.2)** Esitä propositiolause $(p_0 \vee p_1) \wedge (\neg p_0 \vee \neg p_1)$ disjunktiivisessa normaalimuodossa.

7) **(2.5.1)** Laadi semanttinen puu propositiolauseelle

$$\neg(((p_0 \vee p_1) \to (p_2 \vee p_3)) \to (p_1 \to p_2))$$

ja etsi sen avulla totuusjakauma, joka antaa lauseelle totuusarvon t.

8) **(2.5.2)** Laadi semanttinen puu propositiolauseelle

$$\neg(\neg p_0 \wedge p_1) \wedge \neg(p_0 \wedge \neg p_1)$$

ja etsi sen avulla totuusjakauma, joka antaa lauseelle totuusarvon t.

9) **(2.5.3)** Esitä semattinen todistus tautologialle $(p_0 \wedge p_1) \to (p_1 \wedge p_0)$.