



- Demopistesysteemi on se tavallinen: 20-40-60-80

KAKSOISVIRRRAN MAAN KULTTUURI ELI ”BABYLONIA”

1. Laske 60-järjestelmässä:

(1) ”a)”30, 12; 19 × 11; 22, 17

(2) ”b)”30, 12; 19 : 3; 2

(3) ”c)” $\sqrt{19}$  (pari askelta babylonialaisella algoritmilla. Aloita luvusta 4.)

Vihje: tässä meikäläiset numerot ja laskinapu, mutta babylonialaisten algoritmi: Laskettava  $\sqrt{10}$ .

$$a_1 = 3$$

$$b_1 = \frac{10}{a_1} = 3,3333$$

$$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = 3,16666$$

$$b_2 = \frac{10}{a_2} = 3,15789$$

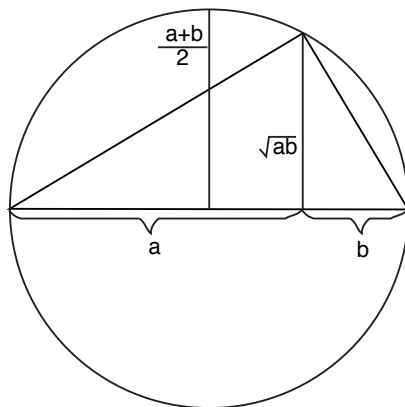
$$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = 3,1622$$

$$b_3 = \frac{10}{a_3} = 3,1623$$

siinä välissä se on

Miksi toimii? Tämä on hyvä tilaisuus kerrata analyysin perustaitoja.

Eryityisesti on syytä huomata, että  $a_1$  on liian pieni, joten tietysti  $b_1$  on liian iso. Edelleen  $a_2$  on liian pieni, sillä kahden positiiviluvun aritmeettinen keskiarvo on pienempi kuin niiden geometrinen keskiarvo  $\sqrt{ab}$ . Katsopa kuvaa:



Menisikö laskemalla? Miten todistat loput, siis suppenemisen, ja lasket raja-arvon?

2. Babylonialaiset taulukoivat yksikkömurtolukujen käänteislukuja. Ilmeisesti he eivät huomanneet, että esimerkiksi  $\frac{1}{7}$ :n heksagesimaalilauseke on jaksollinen. Huomaatko sinä?

3. Babylonialaisilla oli taulukoituna funktion  $n^3 + n^2$  arvoja luonnollisille  $n$ . Ratkaise yhtälö

$$15x^3 + 3x^2 = 4$$

palauttamalla se ”normaalimuotoon”

$$y^3 + y^2 = c$$

ja käyttämällä sitten (kuviteltua) taulukkoa ja tuloksen tarkentamiseksi vielä lisäksi lineaarista interpolointia.

4. Jokin Boyer'n tai Suomelan babylonialaistehtävä.

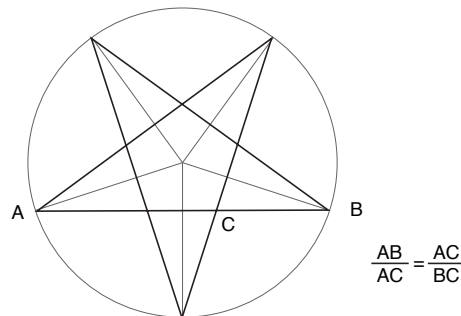
### 1. KREIKKA 1

1. Kirjoita 12345678 joonialaisin numeroin. (Liite)

2. a) Määrää (laske!) kultaisen leikkauksen jakosuhte.

b) Todista, että säännöllisen viisikannan sivut jakavat toisensa kuvan mukaisesti kultaisen leikkauksen suhteessa. (Tarvitset euklidista geometriaa, esim.

<http://www.math.jyu.fi/kahanpaa/ETG/Eukleides.pdf> )



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

3. Konstruoivat harpin ja viivoittimen avulla kolmio, kun annettuna ovat tietystä kulmasta lähtevän korkeusjanan, samasta kulmasta lähtevän keskijanan ja kulman vastaisen sivun pituudet.

4. a) Konstruoivat harpin ja viivoittimen avulla säännölliset  $n$ -kulmiot, missä  $n=3,4,6,8,12,16$ .

b) Konstruoivat harpin ja viivoittimen avulla säännöllinen viisikulmio. Vihje: Valitse pituusyksiköksi jokin jana. Konstruoivat sitten Pythagoraan lauseen avulla jana, jonka pituus on  $\sqrt{5}$ . Osaisitko muuten konstruoida 10-kulmion? Entä 15-kulmion, 7-kulmion tai 17-kulmion? Oletko kuullut puhuttavan yleisen  $n$ -kulmion konstruktioista?

5. Boyer'n tehtävä ”Ionia and the Pythagoreans” numero 6.