

Matematiikan historia 2007

Harjoitus 9 (VIIMEISET) ma 12.3. 14-16 MaD 380 , 16-18 MaD 355.

10 seuraavista:

1. Laske binomisarjan avulla $(1+x)^{-3/2}$ tarkkuudella ± 0.01 , kun $x = \frac{1}{2}$.
2. ”Ratkaise” differentiaaliyhtälö $dy = \frac{1}{1+x} dx$ Leibnizin tyyliin eli yritteellä $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$ ja rakaisemalla syntyvät helpot yhtälöt yksi kerrallaan. Minkä funktion potenssisarja löytyi?
3. Todista *de Moivre'n kaava*

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos(nx) + i \sin(nx)$$

Eulerin tapaan: induktiolla. Mikä on yhteys kompleksiseen eksponenttifunktioon?

4. a) Lausu i^i viiden desimaalin tarkkuudella (useitakin ratkaisuja?).
b) Lausu i^{i^i} sekä tarkasti että desimaaliapproksimaationa.
5. Boyer ”French revolution” tehtävä 8 (Kolmion ala determinanttina. Huomaa determinantin geometrinen tulkinta.)
6. Todista, että luvut 1,2,3,...,2001 voidaan järjestää mihin tahansa järjestykseen vaihtamalla vaiheittain kerrallaan jonon 2 lukua keskenään, jopa vain aina 2 vierekkäistä. Tarvittavien vaihtojen lukumäärä n riippuu vaihtojärjestyksestä, mutta $(-1)^n$ ei riipu. Mistä tämä johtuu? Miten tämä liittyy lineaarialgebraan?
7. Boyer Lue kaikki Boyerin tehtävät sarjoista Euler – French revolution – Gauss ja ratkaise niistä yksi.
8. Vertaa lukua n pienempien alkulukujen lukumäärää lukuun $\frac{n}{\log n}$, kun $n = 100$ ja suuremmillakin n , nos jaksat tai käytössäsi on tarvittavaa tekniikkaa. (Riemann! On juuri ilmestynyt mainio kirja: John Derbyshire: Alkulukujen lumoissa.)
9. Suomelan tehtävä 4 sivulta 91 (Sarja 8; Jatkuvuuden säilyminen, Cauchy.)
10. Suomelan tehtävä 5 sivulta 91 (Sarja 8; Jatkuvuuden säilyminen, Abel.)
11. Suomelan tehtävä 6 sivulta 91. (Sarja 8; Fourier-sarjoja)
12. Määrää suppein \mathbb{C} :n alikunta, johon kuuluvat
 - a) kaikki rationaaliluvut
 - b) kaikki rationaaliluvut ja $\sqrt{2}$
 - c) kaikki reaalityyppiset luvut ja i .

KÄÄNNÄ

Kurssin ”virallinen” opetus päättyy näihin harjoituksiin. Tämä tarkoittaa, että tentittävä aineisto sisältää tähänastiset luennot ja harjoitukset sekä kirjaa ”Tieteiden Kuningatar osat I-II” ja monistetta Suomela: ”Matematiikan historia, ...” vastaavat tiedot. Harjoitustehtävät vastausvihjeineen ovat kurssimapissa huoneessa 382.

Ne, jotka eivät toisin ilmoita, suorittavat kurssin tentillä (ja mahdollisilla harjoituspisteillä) ja kirjoittamalla pienen esseen. Harjoituspisteet päivitän korppiin viimeisten harjoitusten jälkeen.

Kurssin tiimoilta järjestetään kuitenkin vielä kolme tilaisuutta, joita suosittelen niille, jotka arvelevat niistä ehkä pitävänsä:

- (1) Pidän vielä yhden luennon TIISTAINA 13.3.07 tavalliseen aikaan 10-12. Luenolla käsitellään hieman modernimpaa matematiikan historiaa, eikä siellä esitettyjä asioita vaadita tentissä.
- (2) Järjestän (TIISTAINA 20.3.07 luentoajkaan 10-12.) ekskursion Historica-rakennukseen, jossa on esillä 50 vanhaa karttaa selostuksineen.
- (3) Näytän elokuvan **Fermat's Last Theorem** pääsiäisen jälkeen, todennäköisesti (sali MaD 259 varattava!) KESKIVIIKKONA 18.4. klo 16-18. Yhteisnäytös LuK-seminaarin kanssa. Varmistan ajan ja paikan tämän kurssin postilistalla.