

- Demopistesysteemi on se tavallinen: 20-40-60-80 - **Suomelan monistetta** on saatavissa Campus-kirjasta A-rakennuksen ala-auilan liikkeestä. **Boyer'n kirjaparin** tilaus on lähtenyt kustantajalle. "Jälkijunaan" voi yrittää osoitteesta kahanpaa@maths.jyu.fi .

"**Babylonialaiset**".

1. Laske 60-järjestelmässä:

a)  $30, 12; 19 \times 11; 22, 17$

b)  $30, 12; 19 : 3; 2$

c)  $\sqrt{19}$  (pari askelta babylonialaisella algoritmilla. Aloita luvusta 4.)

Vihje: tässä meikäläiset numerot ja laskinapu, mutta babylonialaisten algoritmi: Laskettava  $\sqrt{10}$ .

$$a_1 = 3$$

$$b_1 = \frac{10}{a_1} = 3,3333$$

$$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = 3,16666$$

$$b_2 = \frac{10}{a_2} = 3,15789$$

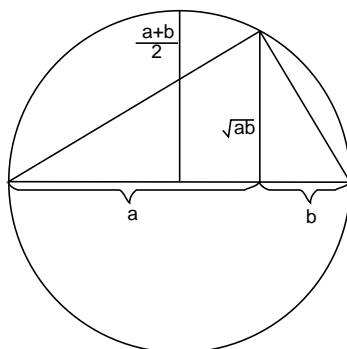
$$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = 3,1622$$

$$b_3 = \frac{10}{a_3} = 3,1623$$

siinä välissä se on

Miksi toimii? Tämä on hyvä tilaisuus kerrata analyysin perustaitoja.

Erityisesti on syytä huomata, että  $a_1$  on liian pieni, joten tietysti  $b_1$  on liian iso. Edelleen  $a_2$  on liian pieni, sillä kahden positiiviluvun aritmeettinen keskiarvo on pienempi kuin niiden geometrisen keskiarvo  $\sqrt{ab}$ . Katsopa kuvaa:



Menisikö laskemalla? Miten todistat loput, siis suppenemisen, ja lasket raja-arvon?

2. Babylonialaiset taulukoivat yksikkömurtolukujen käänteislukuja. Ilmeisesti he eivät huomanneet, että esimerkiksi  $\frac{1}{7}$ : n heksagesimaalilauseke on jaksollinen. Huomaatko sinä?

3. Babylonialaisilla oli taulukoituna funktion  $n^3 + n^2$  arvoja luonnollisille  $n$ . Ratkaise yhtälö

$$15x^3 + 3x^2 = 4$$

palauttamalla se ”normaalimuotoon”

$$y^3 + y^2 = c$$

ja käyttämällä sitten (kuviteltua) taulukkoa ja tuloksen tarkentamiseksi vielä lisäksi lineaarista interpolointia.

4. Jokin Boyer'n tai Suomelan babylonialaistehtävä.

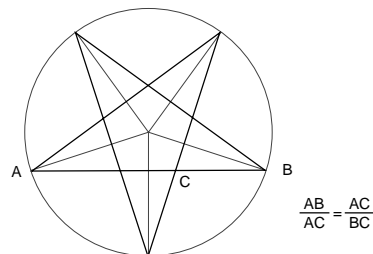
### Kreikka 1.

5. Kirjoita 12345678 joonialaisin numeroin. (Liite)

6. a) Määrää (laske!) kultaisen leikkauksen jakosuhte.

b) Todista, että säännöllisen viisikannan sivut jakavat toisensa kuvan mukaisesti kultaisen leikkauksen suhteessa. (Tarvitset euklidista geometriaa, esim.

<http://www.math.jyu.fi/kahanpaa/ETG/Eukleides.pdf> )



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

7. Konstruo harpin ja viivoittimen avulla kolmio, kun annettuna ovat tietystä kulmasta lähtevän korkeusjanan, samasta kulmasta lähtevän keskijanan ja kulman vastaisen sivun pituudet.

8. a) Konstruo harpin ja viivoittimen avulla säännölliset  $n$ -kulmiot, missä  $n=3,4,6,8,12,16$ .

b) Konstruo harpin ja viivoittimen avulla säännöllinen viisikulmio. Vihje: Valitse pituusyksiköksi jokin jana. Konstruo sitten Pythagoraan lauseen avulla jana, jonka pituus on  $\sqrt{5}$ . Osaisitko muuten konstruoida 10-kulmion? Entä 15-kulmion, 7-kulmion tai 17-kulmion? Oletko kuullut puhuttavan yleisen  $n$ -kulmion konstruktiosta?

9. Boyer'n tehtävä ”Ionia and the pythagoreans” numero 6.