

Egypti.

1. Kirjoita hieroglyyfein $\frac{3}{5}$.
2. Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 6.
3. Seked on käänteisen kulmakertoimen eli loivuuden (!) yksikkö. Yksi seked vastaa yhden kyynärän (7 kämmentä!) nousua yhden kämmenen matkalla.
 - (1) Mikä on yhtä sekediä vastaava kulmakerroin? Entä kahta?
 - (2) Mikä on vastaava kulma?
 - (3) Missä kulmassa vanhan valtakunnan aikana rakennettujen Kheopsin ja Khefrenin pyramidien lappeet ovat maahan nähden, kun niiden sekedit ovat $5\frac{1}{2}$ ja $5\frac{1}{4}$?
4. Ratkaise Rhindin papyruksen tehtävä numero 65: "Laske $\frac{100}{13}$ " .
5. Tarkasta edellisen tehtävän tulos kertolaskulla, joka on tehtävä kaksinkertaistamisen ja yhteenlaskemisen periaatteella. (Muistaakseni aika työläs lasku. Vai onko?)
6. a) Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 19. (Tehtävässä on painovirhe; kämmen on 4 sormeal!)
b) Laske katkaistun pyramidin tilavuus, kun tunnet sen pohja- ja kattoneliöiden sivut a ja b ja sivusärmän pituuden s.
7. Ratkaise väärän sijoituksen menetelmällä: $x + \frac{1}{9}x = 35$. Käytä tavallista numerojärjestelmää.

Kaksoisvirran maat.

8. Kirjoita 60- järjestelmässä luku 12345678987654321
9. Tehtävän tarkoituksena on mm. saada tuntumaa 60-järjestelmän tehokkuuteen.
 - a) Kuinka kauas on euron kolikko vietävä, jotta se näkyisi yhden kaarisekunnin kulmassa?
 - b) (Likimain) kuinka monta "numeroa" $\in \{1, 2, \dots, 59\}$ on luvun 10^n babylonialaisessa, siis hexagesimaalimuodossa. Entä kuinka pitkä 10^n on binääriluvuksi kirjoitettuna? Arvioi eri lukujärjestelmien etuja ja haittoja.

Tarvittavia tietoja.

- (1) 10-järjestelmä. Hieroglyfien \mathbb{N} ja $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
(2) Mittayksiköt:

pituus: kyynära on 7 kämmentä, kukin **4 sormea**. 100 kyynärää on köysi, khet.

ala: setat on neliökhet, siis noin $\frac{1}{4}$ hehtaaria. Pilkotaan puoliksi, neljäsosaksi, jne (Binääri !)

tilavuus on perussuure: yksikkö hekat on noin gallona eli 5 litraa.

hekatin binaariosat merkitään horuksensilmämerkein. Mahdollinen yhteys sarjaan $\sum 2^{-n}$.

Käänteinen kulmakerroin, eli loivuus: yksi seked on yhden kyynärän nousuun (tai laskeutumiseen) tarvittava sivusuuntainen matka **KÄMMENINÄ**. 45 asteen nousukulmaa vastaa siis 7 sekediä, loivempia kulmia isompi sekedluku. Tässä on takana tietenkin yhdenmuotoisuuden käsite ja siis viime kädessä trigonometrian alku!

”laatu”: Laatu on käänteinen lukumäärä. Yksikkö ”pesu” ilmoittaa yhdestä viljahekatista leivottujen leipien (tai pantujen kaljatuoppien) lukumäärään.

- (3) Luonnollisten lukujen tulo: Algoritmi: ”tuplaa ja summa” palauttaa kaiken helpoksi yhteenlaskuiksi: esimerkiksi 9×5 lasketaan muodostamalla ensin luvut 5 , 2×5 , 4×5 ja *lasketaan* 8×5 ja huomaamalla, että $9 = 8 + 1$, joten $9 \times 5 = 8 \times 5 + 1 \times 5$. Taas binääri-ideat!
(4)

$$\frac{1}{n} \times \frac{1}{m}$$

lasketaan tekemällä edelliset laskutoimitukset nimittäjässä.

- (5) $n \times \frac{1}{m}$ on vaikea. Samoin $\frac{n}{m}$ (samako?). Menettely on hienostunut:

$$\begin{array}{r} \frac{47}{33} \quad ? \\ \checkmark \quad 1 \quad 33 \\ \checkmark \quad \frac{1}{3} \quad 11 \\ \checkmark \quad \frac{1}{11} \quad 3 \\ \hline 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{11} \quad 47. \end{array}$$

Vaikeampi tehtävä:

$$\begin{array}{r}
 \frac{33}{47} \quad ? \\
 1 \quad 45 + 2 = 47 \\
 \checkmark \quad \frac{2}{3} \quad 30 + (1 + \frac{1}{3}) = 31 + \frac{1}{3} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{47} \quad 1 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{94} \quad \frac{1}{2} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{282} \quad \frac{1}{6} \\
 \hline
 \frac{2}{3} + \frac{1}{47} + \frac{1}{94} + \frac{1}{282} \quad 33 \\
 \text{tai vaihtoehtoisesti:} \\
 \frac{33}{47} \quad ? \\
 1 \quad 45 + 2 = 47 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{2} \quad (22 + \frac{1}{2}) + 1 = 23 + \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{5} \quad 9 + (\frac{1}{5} \times 2) \\
 \checkmark \quad \frac{1}{5} \quad 9 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \text{ Katsottu taulukosta !} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{470} \quad \frac{1}{10} \\
 \hline
 \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{470} \quad 33
 \end{array}$$

Mitä kertoimia kannattaa valita pitkin matkaa? Esimerkiksi edellisessä on ensimmäisessä vaiheessa valittu puolikas aika satunnaisesti (vrt. edellinen). toisessa vaiheessa huomataan, että $\frac{1}{2} \times 47 = 23\frac{1}{2}$, joten jäännös, eli tavoite on $33 - 23\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$. Viidennes 47:sta on jo hyvin lähellä tätä.

- (6) Ei tiedetä tarkkaan, miten egyptiläiset kirjurit onnistuivat laatimaan oheisen $\frac{2}{n}$:n taulukon (n pariton!).
- (7) Murtolukujen yhteenlaskumetodi oli periaatteessa nykyinen, siis yhteisen tekijän (nimittäjien pyj tai tulo tms.) eteenotto. Näin voi menetellä kotitehtävässä.
- (8) Egyptiläisten kaava pyramidintyngän tilavuudelle on $\frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$, missä h on korkeus. Onko se oikein? Misyttä korkeus? Laske modernilla tavalla. Boyerin mukaan ei ole suoria todisteita siitä, että egyptiläiset olisivat tunteneet Pythagoraan lauseen, mutta tarumainen (?) Pythagoras oli nuorena Egyptissä - tosin vasta yli tuhat vuotta Ahmes-kirjurin jälkeen. Koeta (vaikka netistä) ottaa selvää, osasivatko egyptiläiset laskea neliöjuuria!