

Matematiikan historia 2001

Harjoitus 8

Demoaika ke 7.11.2001 KLO. 8.30-10.00

1. Laadi dihedraalisen 6-alkioisen ryhmän kertotaulu. (Ryhmän alkioit ovat neutraalialkio e ja kahden kirjaimen m ja f muodostamat sanat, joilla pätevät lisäksi relaatiot $f^2 = e$, $m^3 = e$ ja $fmfm = e$.) Jos olit luennolla, varaudu kertomaan muille, miten tämä liittyy polynesianlaisiin Vanuatun saarella.
2. (Piero della Francisca n. 1420-1492) Suihkulähteessä on kaksi allasta, toinen ylempi, toinen alempi, ja kummassakin on kolme tyhjennysaukkoa. (Piirrä kaunis kuva.) Ylemmän altaan ensimmäisestä aukosta valuttamalla vesi täyttää alemman altaan kahdessa tunnissa, toinen täyttää sen kolmessa ja kolmas neljässä tunnissa. Kun kaikki ylemmän altaan aukot ovat kiinni, alemman altaan ensimmäinen aukko tyhjentää sen kolmessa tunnissa, toinen neljässä ja kolmas viidessä tunnissa. Kuinka kauan aikaa menee alemman altaan täyttämiseen, jos kaikki aukot avataan?
3. (Bonustehtävä Tartaglian ja Ferrarin kilpailusta) Jaa 8 kahden luvun summaksi $x + y$ siten, että $xy(x - y)$ on mahdollisimman suuri. (Et tietenkään saa käyttää differentiaalilaskentaa, koska sitä ei ole vielä keksitty!)
4. (Cardano: Ars Magna 1545) Todista, että yhtälöllä $x^3 + cx = d$ on aina positiivinen juuri, mutta ei koskaan negatiivista juurta.
5. (Cardano: Ars Magna 1545) Ratkaise
 - a) $x^3 + 3x = 10$ Cardanon kaavalla.
 - b) $x^3 = 6x + 6$. Cardanon kaavalla.
6. Osoita oikeaksi Bombellin väite, että $4 + \sqrt{-1}$ on luvun $52 + \sqrt{-2209}$ kuutiojuuri. (Mikä mies olikaan Bombelli?)
7. Miten kolmannen asteen yhtälön $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ kertoimet liittyvät yhtälön juuriin? (Tunnet kai vastaavan tuloksen toisen asteen yhtälölle?) Tämän yhteyden todisti selvästi vasta Girard 1600-luvulla, mutta renessanssin matemaatikot tunsivat ainakin vakiotermin merkityksen.
8. Suomelan tehtävä 8 sivu 30 (Kepler)
9. Piirrä tavallista asteikollista viivoitinta apuna käyttäen likimääräisesti Mercatorin kulmatarkan sylinteriprojektiokartan asteruudukko 20 asteen välein käyttämättä seuraavan tehtävän tulosta. Riittää tarkastella pohjoista pallonpuoliskoa ja leveyksiä väliltä $0^\circ - 90^\circ$.
10. Laske Mercatorin kartan leveyspiiriviivojen korkeudet. Tarkasta tulos vertaamalla edellisen tehtävän kuvioon.

11. (Hupia) Todista Kopernikuksen (ellipsit!) yleistys Nasir Eddin al Tusin lauseelle: (Boyer sivu 521) Jos ympyrä Y rullaa liukumatta pitkin kaksi kertaa suuremman kiinteän ympyrän K kehää sisäpuolella, niin ympyrän Y kehän piste piirtää janan, mutta sen muut pisteet piirtävät ellipsejä.

