GEOMETRIA 2006 **Harjoitus 9**
D380 keskiviikkona klo 8-10, 12-14 ja 16-18.

Euklidista geometriaa.

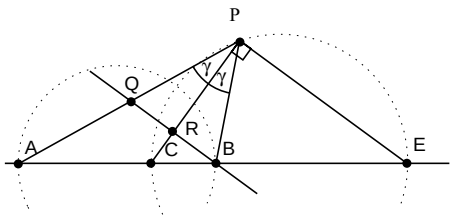
1. Todista lause 3.1.6: Olkoot ℓ ja m yhdensuuntaisia suoria sekä n suoran ℓ normaali ja t suoran m normaali. Tällöin n ja t ovat joko samoja tai yhdensuuntaisia.

2. Olkoon $\triangle ABC$ kolmio, A' sivun BC keskipiste, B' sivun CA keskipiste ja C' sivun AB keskipiste. Osoita, että $\triangle BA'C' \sim \triangle BCA$.

3. Osoita, että mielivaltaisen suunnikkaan lävistäjät puolittavat toisensa.

4. Oleta, että $\overleftrightarrow{A'B'} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{B'C'}$ ja $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{A'C'}$ ja osoita, että $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

5. (jatkoa edellisen kierroksen viimeisiin tehtäviin.) Tehtävät antavat aiheen kysyä, onko D:n lisäksi olemassa muitakin pisteitä P , joille $\overline{CACB} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$ – ei tietenkään suoralla $\overleftrightarrow{AB}$, mutta muualla tasossa! Johda *Apollonioksen lause*, jonka mukaan niiden pisteiden P joukko, joille ehto toteutuu, on ympyrä, jonka halkaisija on CD. Voit laskea koordinaatein tai — mikä on paljon nopeampaa, käyttää allaolevaa kuvaa ja vihjettä:



Vihje: Tarkastele pistettä P, jolla on ominaisuus $\overline{CACB} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$. Huomaa, että silloin γ-kulmat ovat todella samat (Miksi?). Valitse E siten, että **kulma $\measuredangle CPE$ on suora.** Piirrä B:n kautta EP:n suuntainen suora ja todista, että silloin $\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$.)

6. Kulman puolittajien avulla voi helposti konstruoida ympyrän, joka sivuaa kolmea annetua erisuuntaista suoraa, jotka eivät kulje saman pisteen kautta. Miten konstruoit ympyrän, joka sivuaa kahta suoraa ja annettua ympyrää? Mieti eri tapaukset.

7. (Toinen Apollonioksen ongelma) Miten konstruoit harpilla ja viivoittimella ympyrän, joka sivuaa kolmea annettua ympyrää. Vihje: Tarkastele (ensin) tilannetta, jossa ainakin kaksi annetuista ympyröistä leikkaavat toisiaan jossain pisteessä A ja invertoi jonkin A-keskisen ympyrän suhteen.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX