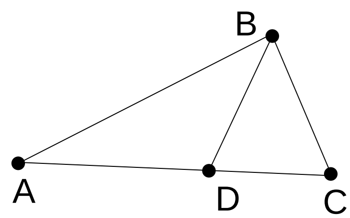
GEOMETRIA 2004 **Harjoitus 7**
D380 keskiviikko 8-10, 12-14 ja 16-18.

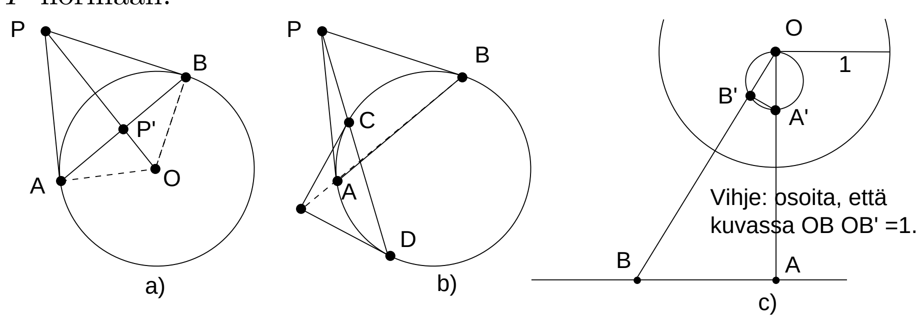
Kolme ensimmäistä liittyvät tuoreisiin luentoihin / monisteeseen, jota tulee paperilla lisää perjantaina. Muut ovat "koulugeometriaa"..

1. Komion *defekti* Def($\triangle ABC$) on määritelmän mukaan 180−(kulmien astelukujen summa). Todista defektin additiivisuuslause 3.5.24, jonka mukaan kuvan tilanteessa Def($\triangle ABC$)=Def($\triangle ABD$)+Def($\triangle DBC$). (Vihje: Saccheri-Legendre.)



2. Olkoon ℓ suora ja H_1 ja H_2 sen määräämät puolitasot. Leikatkoon suora $s \neq \ell$ suoran ℓ pisteessä A. Osoita, että joukot $D_1 = \{P \mid P$ on suoralla s ja puolitasossa $H_1\}$ ja $D_2 = \{P \mid P$ on suoralla s ja puolitasossa $H_2\} \cup \{A\}$ toteuttavat Dedekindin ehdot. Mitä sanoo Dedekindin aksiooman väite tässä tilanteessa?. (Miksi se on tylsää?)

3. Todista LAUSE 2.6.8: Olkoon α O-keskinen r-säteinen ympyrä ja ℓ suora, joka kulkee pisteen $P \in \alpha$ kautta. Tällöin ℓ on α:n tangentti, jos ja vain jos ℓ on suoran $\overleftrightarrow{OP}$ normaali.



4. Todista, että kuvan a) tilanteessa pisteet P ja P' ovat toistensa kuvat *inversiossa* eli *peilauksessa ympyrän suhteen*, eli että $\overline{OP}\cdot\overline{OP'} = \overline{OA}^2$ ja $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP'}$.

5. a) Annettuna ympyrä ja sen ulkopuolinen piste. Konstruoi harpilla ja viivoittimella pisteen kuva inversiossa.

b) Kuten 5 a) , mutta annettuna sisäpuolinen piste.

6. Annettuna ympyrä α ja sitä pisteessä P sivuava tangentti t . Osoita, että t:n kuva inversiossa on ympyrä, jonka halkaisija on OP. (Väitteessä on pieni virhe. Mikä?)

7. Todista, että 1-säteisen ympyrän keskipisteestä etäisyydellä 2 olevan suoran kuva inversiossa on 1/4 - säteinen ympyrä - yhtä pistettä vaille, tosin. Kuva c).

KÄÄNNÄ!

8. $*$-tehtävä: Ratkaise millä keinolla tahansa: Olkoon γ ympyrä ja P sen ulkopuolinen piste, josta ympyrälle piirrettyjen tangenttien sivuamiskohdat olkoot A ja B. Olkoon edelleen s suora, joka kulkee pisteen P kautta ja leikkaa ympyrän kohdissa C ja D. Osoita, että pisteisiin C ja D piirretyt tangentit leikkaavat toisensa suoralla $\overleftrightarrow{AB}$, jos ollenkaan. (Kilpailu: kenellä elegantein todistusidea. Kuva b.)