GEOMETRIA 2002 **Harjoitus 8**
D380 keskiviikkoisin 8-10, 12-14 ja 16-18.

Kolmas tietokoneharjoitusryhmä kokoontuu maanantaina klo. 14-16-18. Mukaan voi tulla joko alkaen 14 tai 16. Voi olla myös koko ajan, siis 4h, jolloin saa suoritettua 2 käyntikertaa kolmesta. Käyttöluvan (mat-til. 3 kerroksen) tietokoneluokkaan saa ainakin Jarkko Laitiselta. Muut kyselyt: ⟨kahanpaa@maths.jyu.fi⟩.

Todistellessasi alla vaadittuja lauseita käytössäsi on tietenkin luentotiivisteestä tiivisteestä kaikki numeroinniltaan aikaisemmat lauseet.

Janojen liittämisestä, monikerroista ja vertailusta.

1. Olkoot AB ja CD janoja ja $n, k \in \mathbb{N}$. Osoita, että jos $n \cdot AB \cong n \cdot CD$, niin $AB \cong CD$, ja että jos $k \cdot AB \cong k \cdot CD$, niin $n \cdot AB \cong n \cdot CD$ kaikilla $n \in \mathbb{N}$. (Vrt. demo 6/6.)

2. Todista lause 2.4.4. (Pituusvertailun vaihtoehdot)

3. Olkoon $AB < CD$. Osoita, että $k \cdot AB < k \cdot CD$ jokaisella $k \in \mathbb{N}$.

Janamitta mallissa $\mathbb{R}^2$.

4. Tarkastellaan "koordinaattigeometriaa" eli mallia $\mathbb{R}^2$. Olkoon yksikköjana OI origon ja pisteen $(1, 0)$ välinen jana. Osoita, että janamitta on janan päätepisteiden etäisyys eli

$$\overline{AB} = \|B - A\| \text{ jokaisella janalla } AB.$$

5. Olkoon OI jokin yksikköjana ja $\overline{AB}$ sen määräämä janamitta. Olkoon $O'I'$ toinen yksikköjana ja $\overline{\overline{AB}}$ sen määräämä janamitta. Osoita, että on olemassa vakio $c > 0$ siten, että

$$\overline{\overline{AB}} = c\overline{AB} \quad \text{ jokaisella } AB.$$

Laske tuo vakio. Vihje: kuvittele, että kaava $\overline{k \cdot AB} = k\overline{AB}$ pätisi kaikilla $k > 0$.

Muita vanhoja lauseita.

6. Todista lause 2.4.9B. (Tasakylkisyysehto)

7. Todista lause 2.4.17. (Yhden paralleelin olemassaolotodistus)

8. *Iäisyysongelma:* Legendren todistusyritys paralleeliaksioomalle sisältää kymmenen perustelematonta kohtaa. Perustele niistä ainakin yksi Hilbertin hengessä. Koeta arvata, mikä kohta ei seuraa Hilbertin aksioomista (H-1)-(DA).