

AKATEEMINEN VÄITÖSKIRJA
MAAN MUODON MÄÄRITTÄMISESTÄ
HEILUREIDEN AVULLA

Osa V

PUHEENJOHTAJA

M. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM

FILOSOFIAN MAISTERIN ARVON SAAVUTTAMISEKSI

RESPONDENTTI

JOHAN MAGNUS AF TENGSTRÖM

Oikeustieteen auditoriossa 27. toukokuuta 1815

TURKU

Latinasta suomentanut
Jukka Nyblom
6. toukokuuta 2019

Ennen kuin edellisissä osissa kehitetyjä laskukaavoja ryhdytään soveltamaan, ta-
pahtuu toivottavasti useimpien, varsinkin näinä viimeisimpinä vuosina, tehtyjen ha-
vaintojen tarkistus, jotta niiden kokoelma olisi täydempi ja niistä tehtyt johtopää-
tökset varmempia. Suurimmasta osasta havintoja olemme velkaa espanjalaiselle me-
renkulkijalle Císcarille, joka maailmanympärimatkallaan poikkeuksetta käytti puista
heiluria, jonka alapäässä oli kuparinen pallo (Olt12). Puun lämpölaajeneminen ar-
vioidaan yleensä siinä määrin pieneksi, että se voidaan kokonaan jättää huomiotta.
Sen takia tämä heiluri ei kaipaa mitään korjausta. Oltmanns osoitti, etteivät ilman
tiheyden vaihtelutkaan, vaikka sellaisia olisikin ollut, edellytä mitään korjausta, kos-
ka barometrin elohopeapatsaan korkeuden vaihtelu ei milloinkaan ollut enempää kuin
 $\frac{1}{30}$. Siis myös tuossa varmaankin pienessä havaintojen korjauksessa tyhjiöön ja veden
jäätymislämpötilaan on otettava huomioon vain ilman lämpötila. Koska havaintojen
tekijä ei ole merkinnyt sitä muistiin, se on johdettava sen tunnetun säännönmukai-
suuden perusteella, jonka mukaan lämpö vähenee Päiväntasaajalta kohti napoja siir-
ryttäessä. Oletetaan seuraavasti: Yksinkertaisen heilurin pituus on p Päiväntasaajalla
ja tyhjiössä, lämpötila on keskimäärin m Päiväntasaajalla, vakioheilurin heilahdusten
lukumäärä on $N(m)$, ja erityisen kuparipunnuksen paino on 7,8. Lisäksi oletetaan,
että jossakin toisessa paikassa yksinkertaisen heilurin pituus on tyhjiössä π , toden-
näköinen lämpötila on siellä μ , ja heilahdusten lukumäärä on $N(\mu)$. Aikaisempien
tulosten nojalla¹

$$\pi = p \left(\frac{N(\mu)}{N(m)} \right)^2 \times \left(1 + \frac{0,0000507}{7,8 + 0,02925\mu} \right) / \left(1 + \frac{0,0000507}{7,8 + 0,02925} \right).$$

Ei ole tiedossa missä Císcar on tehnyt Päiväntasaajan havaintonsa. Oltmanns asettaa
kuitenkin Císcarin mittauksen rinnalle Bouguerin Perun alueella tekemän heilurimit-
tauksen, joka tarpeellisten korjausten jälkeen on 439,21 Pariisin lineaa². Vaikka on
arveltu, että tämä arvo pitäisi muuttaa tekemällä vielä parempia uusia korjauksia,
jatkossa esitettävistä laskelmista käy kuitenkin ilmi, että todennäköisempi on se ar-
vo, jonka Bouguerin korjaus tuottaa. Humboldt havaitsi Amerikan alueen kuivalla
vyöhykkeellä merenpinnan tasolla melkein koko vuoden ajan saman keskilämpötilan,
27° C (Hum08, s. 112). Tästä ei paljon poikkea Kirwanin ilmoittama 29° C (Kir88,
s. 36). Kun sitten nämä arvot liitetään Císcarin havaitsemaan $N(m) = 3607$ heilah-
dukseen³ 24 tunnissa, saadaan

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{439,21}{13010524} N(\mu)^2 \left(1 + \frac{0,0000507}{7,8 + 0,02925\mu} \right) \\ &= 0,000033758 N(\mu)^2 \left(1 + \frac{0,0000507}{7,8 + 0,02925\mu} \right). \end{aligned}$$

¹Tässä käytetään Osassa I (Häl10a) johdettua kaavaa olettamalla, että kuparipunnuksen paino s tyhjiössä ja ilmanpaine h Ruotsin tuumaa antavat osamääräksi $s/h = 7,8$, jolloin $0,00375 \cdot 7,8 = 0,02925$. Suom. huom.

²Oltmanns ilmeisesti korvasi Císcarin mittauksen Päiväntasaajalla Bouguerin havainnolla. Suom. huom.

³Luku 3607 viittaa kuitenkin sekuntiheilurin heilahdusten määrään 1 tunnissa. Se saattaa tietysti olla keskiarvo 24 tunnin mittauksesta. Suom. huom.

Havainnot ja niistä johdetut heilureiden arvot⁴ ovat tässä:

Paikan nimi	Leveys				Sijainti				Toden- näköinen lämpö- tila °C	Heilah- dusten lukum.	Yksink. heilurin pituus
	aste	min	sek	n/s	aste	min	sek	w/o			
Mulgrave ^a	67	30	0	n	167	0	0	w	10	3614,85	441,122
Nootka	49	35	0	n	129	2	30	w	15	3612,21	440,479
Monterey	36	36	0	n	124	3	0	w	20	3610,75	440,123
Gades	36	32	0	n	8	37	30	w	22	3610,24	439,999
Macao	22	12	44	n	111	15	0	o	24	3608,58	439,594
Acapulco	16	50	29	n	101	56	0	w	25	3607,83	439,412
Manilla	14	36	8	n	118	32	0	o	26	3607,06	439,224
Umatog	13	18	0	n					26	3607,07	439,226
Sambuangan	6	55	0	n	119	0	0	o	27	3607,25	439,268
Ekvaattori	0	0	0		82	0	0	w	27	3607,02	439,210
Lima	12	5	0	s	79	9	30	w	26	3607,39	439,274
Babao l. Vavao	18	39	0	s	177	0	0	w	24	3608,12	439,482
Portus Jackson	33	51	0	s	148	59	30	o	22	3610,20	439,989
Montevideo	34	55	0	s	58	25	0	w	21	3610,38	440,033
Conception	36	42	0	s	75	0	0	w	20	3610,29	440,011
St. Helena	44	30	0	s	67	40	0	w	18	3612,37	440,518
Puerto Egmont	51	21	0	s	61	0	0	w	15	3612,75	440,611

^aKuuluisa Oltmanns ilmoitti tämän paikan leveysasteen olevan 59° 33'. Toista mainitsemamme paikan kanssa saman nimistä paikkaa, emme ole voineet löytää yleisistä maantieteen kartoista.

Näihin voidaan lisätä seuraavat havainnot:

Paikka	aste	min	sek	n/s	aste	min	sek	w/o	Pituus
Gryphiswaldia	54	4	35	n	11	14	30	o	440,830
Lugdunum	52	9	30	n	2	8	30	o	440,710
Schweidnitz	50	50	39	n	14	16	30	o	440,635
Formentera	38	39	56	n	1	8	0	w	440,1545
Melita	35	54	0	n	12	9	0	o	440,220

Tarkemman tutkimuksen perusteella nähdään eräät saatujen havaintojen lisätarkastelut tarpeellisiksi. Jatkossa perusteellisen laskelman avulla tulee selväksi, miksi Bouguerin määrittämä tyhjiökorjattu heilurin arvo Päiväntasaajalla tekee varsin todennäköisiksi hänen säilyttämänsä Portobellon ja Pikku Goavan vastaavat arvot 439,30 ja 439,47. Sitä vastoin La Caillen tekemissä havainnoissa näyttää piilevän jokin virhe. Hän luetteli vakioheilurin heilahdusten olleen⁵

	Lämpötila °R	Heilahdukset
Pariisi	12,5	86453
Hyväntoivonniemi	13,0	86406,79
Port Louis	20,5	86367
Pietari	12,5	86508,75

⁴Koska heiluri on ns. yksinkertainen heiluri, lukema lienee heilahdusten määrä tuntia kohti. Suom. huom.

⁵Nämä luvut on laskettu 24 tuntia kohti. Suom. huom.

Jos Pariisin heiluria käytetään verrokkina, eo. Hyväntoivonniemen ja Port Louisin mittaustulokset osoittautuvat liian suuriksi. Mutta jos vertailu tehdään Pietarin heilurin avulla saamme heilurin pituuksiksi Hyväntoivonniemessä 439,976 ja Port Louisissa 439,561. Kun Rio de Janeiron heilurin pituus määritetään Hyväntoivonniemen avulla, sen arvo pienenee samassa suhteessa, mikä antaa heilurin pituudeksi 439,95 Rio de Janeirossa. Koska Manillan saarella kaksi havaitsijaa määrittä heilurin pituuden eri ajankohtina, todennäköisemmältä näyttää niiden keskiarvo, minkä takia valitaan 439,338. Sen sijaan Gothan ja Geneven heilureiden arvot jätetään pois harkinnan jälkeen, sillä Zach on arvioinut edellisen liian suureksi, kun sitä vastoin Laplacen nähdään olettaneen sen aiheellisesti pienemmäksi. Jälkimmäiselle ei merenpinnan tasoon korjattunakaan voida löytää heilurilukemaltaan sopivaa verrokkipaikkaa. Jäljelle jääneet näyttävät hyvin selvästi muodostavan yhtenäisen, jatkuvan sarjan.

Kuitenkin on aivan totta, että aikaisemmin kehitettyjen kaavojen⁶ avulla voidaan tästä aineistosta määrittää heilurin pituus Pohjoisnavalla, mikä seikka tulee lukijalle kohta tiettäväksi. Hyvän likiarvon saamme helpohkolla laskulla yhtälöryhmän avulla. Lisäksi saamme paljon varmemman tuloksen kuin mitä yksittäiset havainnot tuottavat. Maan tiheyden luonteesta ei tehdä mitään olettamuksia. Sen sijaan oletetaan, että kaikki maan pituuspiirit poikkeavat hiukan ympyrän muodosta ja ovat ellipsejä. Clairaut (Cla43, s. 191) ja Laplace (Lap02, s. 121) ovat osoitaneet, että heilurin pituus tietyssä paikassa ylittää heilurin pituuden Päiväntasaajalla ja että tämä pituuden kasvu on verrannollinen maantieteellisen leveysasteen sini-muunnoksen neliöön. Oletetaan, että heilurin pituus on E Päiväntasaajalla ja P pohjoisnavalla, p leveysasteella l , π leveysasteella λ , ja otetaan käyttöön heilurin pituuden kasvuvauhdille merkintä on x . Silloin pätee $p = E + x \sin^2 l$, $\pi = E + x \sin^2 \lambda$ ja⁷ $P = E + x$. Pituus E eliminoituu, sillä $P - p = x \cos^2 l$ ja $P - \pi = x \cos^2 \lambda$, mistä seuraa $(P - p) \cos^2 \lambda = (P - \pi) \cos^2 l$ ja edelleen

$$P = \frac{p \cos^2 \lambda - \pi \cos^2 l}{\cos^2 \lambda - \cos^2 l}.$$

Tämä arvo on mukavammin lasketavissa, kun se palautetaan kahdeksi yhtälöksi⁸:

$$\sin \beta = \frac{\cos l}{\cos \lambda}, \quad P = p + (p - \pi) \tan^2 \beta.$$

Tarkastellaan sitten tämän arvon luotettavuutta, kun p , π ja P samanaikaisesti muuttuvat⁹. Muutokset määritellään yhtälön $dP = dp + (dp - d\pi) \tan^2 \beta$ avulla, mistä seuraa, että suurin muutos sattuu tietysti silloin, kun p kasvaa yhtä paljon kuin π vastaavasti vähenee. Silloin

$$dP = \pm(1 + 2 \tan^2 \beta) dp.$$

Kun tässäkin oletetaan, kuten aikaisemminkin on tehty¹⁰, että $dp = 0,02$, saadaan

$$dP = \pm 0,02(1 + 2 \tan^2 \beta).$$

⁶Tässä tutkielmassa ja aikaisemmissa osissa (Häl10a), (Häl10c), (Häl10b) ja (Häl10d). Suom. huom.

⁷Tässä käytetään tietoa $\sin 90^\circ = 1$. Suom. huom.

⁸Täytynee olettaa, että $|l| > |\lambda|$. Suom. huom.

⁹ l, λ ja siten myös β pidetään vakioina. Suom. huom.

¹⁰(Häl10d, s. 5, r. 5.). Suom. huom.

Kaikista edellä esitetyistä havainnoista muodostetaan kahden paikkakunnan heiluriarvojen yhdistelmiä, jotka ovat joko samalla pituuspiirillä tai joiden pituuspiirien ero ei juurikaan ylitä 5 astetta. Jokaisen heilurilukemien yhdistelmän avulla lasketaan näkyviin heilurin pituus Pohjoisnavalla sekä siihen liittyvä painokerroin, joka on heilurin pituuden virhearvion käänteisluku. Tästä sitten on jo mahdollista päätellä heilurin pituus Pohjoisnavalla kertomalla ensiksi jokainen pituus painokertoimellaan ja sitten jakamalla kaikkien tulojen summa painokertoimien summalla. Tulos näkyy seuraavan taulukon viimeisellä rivillä.¹¹

¹¹Taulukon luvut on kopioitu alkuperäisessä tutkielmasta. Taulukon luvuista laskettu heilurin pituus on 441,507 ja painokertoimien summa on 1243,621, jotka poikkeavat alkuperäisen taulukon luvuista. Suom. huom.

Taulukko. Parittaisista havainnoista lasketut heilurin pituudet Pohjoisnavalla.

	Paikkakunnat	Heilurin pituus Pohjoisnavalla	Painokerroin
Huippuvuoret	Lyon	441,443	42,176
Huippuvuoret	Mulgrave	441,452	34,458
Huippuvuoret	Rooma	441,444	44,509
Huippuvuoret	Melita	441,439	45,307
Huippuvuoret	Vavao	441,449	46,488
Kuola	Pietari	441,717	15,921
Ponoi	Arkangeli	441,570	7,996
Pello	Tallinna	441,505	12,487
Pello	Tartto	441,466	22,367
Pello	Pärnu	441,476	21,772
Pello	Kuressaari	441,517	21,974
Pello	Hyväntoivonniemi	441,514	31,457
Pietari	Tartto	441,930	2,274
Pietari	Pärnu	441,8903	2,280
Pietari	Kuressaari	443,5914	0,602
Upsala	Mulgrave	441,428	13,251
Upsala	Greifswald	441,096	7,728
Upsala	Świdnica	441,359	11,267
Upsala	Wien	441,362	15,997
Upsala	Rooma	441,395	18,730
Upsala	Melita	441,326	22,246
Upsala	Hyväntoivonniemi	441,437	23,203
Mulgrave	Greifswald	441,338	21,895
Mulgrave	Świdnica	441,405	23,030
Mulgrave	Wien	441,403	25,200
Mulgrave	Rooma	441,414	29,094
Mulgrave	Malta	441,381	31,754
Mulgrave	Hyväntoivonniemi	441,432	32,461
Tartto	Hyväntoivonniemi	441,541	32,475
Pärnu	Hyväntoivonniemi	441,547	21,480
Lyon	Pariisi	441,706	3,515
Lyon	Toulouse	441,652	8,222
Lyon	Formentera	441,606	11,830
Lyon	Vavao	441,596	20,462
Kuressaari	Hyväntoivonniemi	441,495	21,351
Greifswald	Świdnica	442,062	3,667
Greifswald	Wien	441,795	6,333
Greifswald	Rooma	441,683	11,678
Greifswald	Malta	441,503	15,591
Greifswald	Hyväntoivonniemi	441,684	16,672
Lontoo	Pariisi	441,299	2,799
Lontoo	Toulouse	441,482	7,524
Lontoo	Formentera	441,479	11,151
Lontoo	Vavao	441,518	19,867
Świdnica	Wien	441,382	2,691
Świdnica	Rooma	441,469	8,151
Świdnica	Hyväntoivonniemi	441,541	13,330
Świdnica	Malta	441,278	12,205

Paikkakunnat		Heilurin pituus Pohjoisnavalla	Painokerroin
Nootka	Monterey	441,147	10,525
Nootka	Madagascar	441,339	19,134
Nootka	Port Louis	441,316	17,703
Pariisi	Toulouse	441,605	4,765
Pariisi	Formentera	441,554	8,460
Pariisi	Vavao	441,564	17,451
Wien	Rooma	441,519	5,508
Wien	Malta	441,241	9,738
Wien	Hyväntoivonniemi	441,596	10,792
Toulouse	Formentera	441,477	3,754
Toulouse	Vavao	441,542	13,134
Monterey	Port Louis	441,654	7,756
Malta	Hyväntoivonniemi	445,157	1,206
Megasaki	Manila	442,257	6,960
Formentera	Vavao	441,578	9,557
Rooma	Malta	440,799	4,221
Megasaki	Sambuangan	442,045	8,209
Megasaki	Puerto Egmont	441,296	14,463
Macao	Guarico	442,072	0,816
Macao	Parva Goava	442,080	1,217
Macao	St. Helena	441,867	12,753
Macao	Concepción	441,262	7,142
Macao	Puerto Egmont	441,460	18,723
Guarico	Jamaika	442,699	0,530
Guarico	Lima	442,489	1,920
Guarico	Concepción	441,333	7,939
Parva Goava	Lima	442,760	6,589
Parva Goava	Concepción	441,360	8,330
Jamaika	Portobello	441,353	5,522
Jamaika	Päiväntasaaja	441,655	3,989
Jamaika	Lima	442,411	0,720
Jamaika	Concepción	441,405	8,455
Acapulco	Pondichery	442,308	1,100
Manila	Sambuangan	440,674	1,276
Manila	Montevideo	441,799	8,207
Manila	St. Helena	441,922	14,798
Manila	Puerto Egmont	441,520	20,594
Portobello	Päiväntasaaja	442,480	1,376
Sambuangan	Montevideo	441,676	9,444
Sambuangan	Puerto Egmont	441,491	21,643
Para	Rio de Janeiro	443,897	4,080
Lima	Concepción	441,519	9,799
Päiväntasaaja	Lima	440,671	1,120
Montevideo	Puerto Egmont	441,406	13,285
		441,4933	1232,521

Viitteet

- [Cla43] Clairaut, M.: *Theorie de la Figure de la Terre*. David Fils, Paris, 1743.
https://www.irphe.fr/~clanet/otherpaperfile/articles/Clairaut/N0062579_PDF_1_352.pdf.
- [Häl10a] Hällström, G. G. & Reilin, A.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. I*. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Maius 1810.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12629>.
- [Häl10b] Hällström, G. G. & Fortelius, G.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. III*. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Junius 1810.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12631>.
- [Häl10c] Hällström, G. G. & Österblad, J.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. II*. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Junius 1810.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12630>.
- [Häl10d] Hällström, G. G. & Appelgren, S. V.: *De figura Telluris ope pendulorum determinanda Part. IV*. Pro Gradu Philosophico, Academia Aboënsis, Junius 1810.
<http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12632>.
- [Hum08] Humboldt, A. & Bonpland, A.: *Voyage dans l'Intérieur de l'Amérique, dans l'années 1799–1804*, IV Partie, I Vol. I Livrais. Paris, 1808.
https://archive.org/details/gri_voyagehistor02ullo/page/n5.
- [Kir88] Kirwan, R.: *Angabe der Temperatur von den verschiedenen Länder und Städte*. Berlin, 1788. Übersetzt aus d. Engl.
<https://opacplus.bsb-muenchen.de/metaopac/search.do?methodToCall=selectLanguage&Language=en>.
- [Lap02] Laplace, P. S. de: *Mechanik des Himmels*, Teil 2. La Garde, Berlin, 1802. Übersetzt von J. C. Burckhardt.
<https://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/449281>.
- [Olt12] Oltmanns, J.: *Darstellung der im Laufe einer Welt-Umseglung von dem spanischen Corvetten Descubierta und Atrevida in Europa, America, Asia, dem stillen Ocean und in Neuholland gemachten Pendel-Beobachtungen*. Band 25, Mai: 467–477, 1812.
<http://opacplus.bsb-muenchen.de/title/7520000/ft/bsb10538614?page=481>.