

# Rahoitusteorian stokastisia malleja

## Harjoitus 1

Tiistai 18.9.2012

MaD 381, klo 16.00

1. Eurooppalaisen myyntioption tuottoa kuvaa funktio

$$(K - S_T)^+ = \max\{K - S_T, 0\},$$

missä  $K > 0$  on option lunastushinta ja  $S_T > 0$  kohde-etuuden (osakkeen) hinta hetkellä  $T$ . Oletetaan, että option hinta on  $P_0 > 0$ .

- (a) Piirrä funktiot, jotka kuvaavat option tuottoa  $f(S_T) = (K - S_T)^+$  ja voittoa  $g(S_T) = (K - S_T)^+ - P_0$  (option haltijan näkökulmasta).
- (b) Mitkä funktiot kuvaavat option kirjoittajan saamaa tuottoa ja voittoa? Piirrä ne.

Tehtävissä 2-4 käsitellään korotonta yhden osakkeen ja kahden tilan yhden askeleen hinnoittelumallia.

2. Miten voit suojata eurooppalaisen myyntioption  $(K - S_T)^+$ , kun oletetaan, että korko  $r$  on nolla, option lunastushinta  $K$  on 15, osakkeen hinta alussa (hetkellä 0) on  $S_0 = 12$  ja osakkeen hinta lopussa (hetkellä  $T$ ) eli  $S_T$  on joko 20 tai 5? **Osoita lisäksi**, että em. option tasapuolinen hinta on  $P_0 = \frac{16}{3}$ .
3. Sijoittaja ostaa alussa osakkeen hinnalla  $S_0$  aikomuksenaan myydä se hetkellä  $T$ . Varautuakseen mahdollisen kurssilaskun aiheuttamaan tappioon hän harkitsee ostavansa lisäksi eurooppalaisen myyntioption  $(K - S_T)^+$  voidakseen myydä osakkeensa vähintään hinnalla  $K$ . Vertaile vaihtoehtoja tehtävän 2 tilanteessa (kuinka paljon sijoittaja voittaa/häviää eri tapauksissa).
4. Kuten tehtävä 3, mutta sijoittaja ostaakin osakkeen lisäksi osto-option.
5. Olkoon  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_N\}$  jollakin  $N \in \{1, 2, \dots\}$  ja  $A, B \subset \Omega$ . Osoita, että
  - (a)  $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$ ,
  - (b)  $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$  ja
  - (c)  $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$ , kun  $A \subset B$ .
6. Eräässä kaupungissa 80% asukkaista omistaa matkapuhelimen ja 50% polkupyörän. Lisäksi tiedetään, että 95% asukkaista omistaa ainakin toisen, polkupyörän tai matkapuhelimen. Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti tapaamasi asukas omistaa sekä polkupyörän että matkapuhelimen?